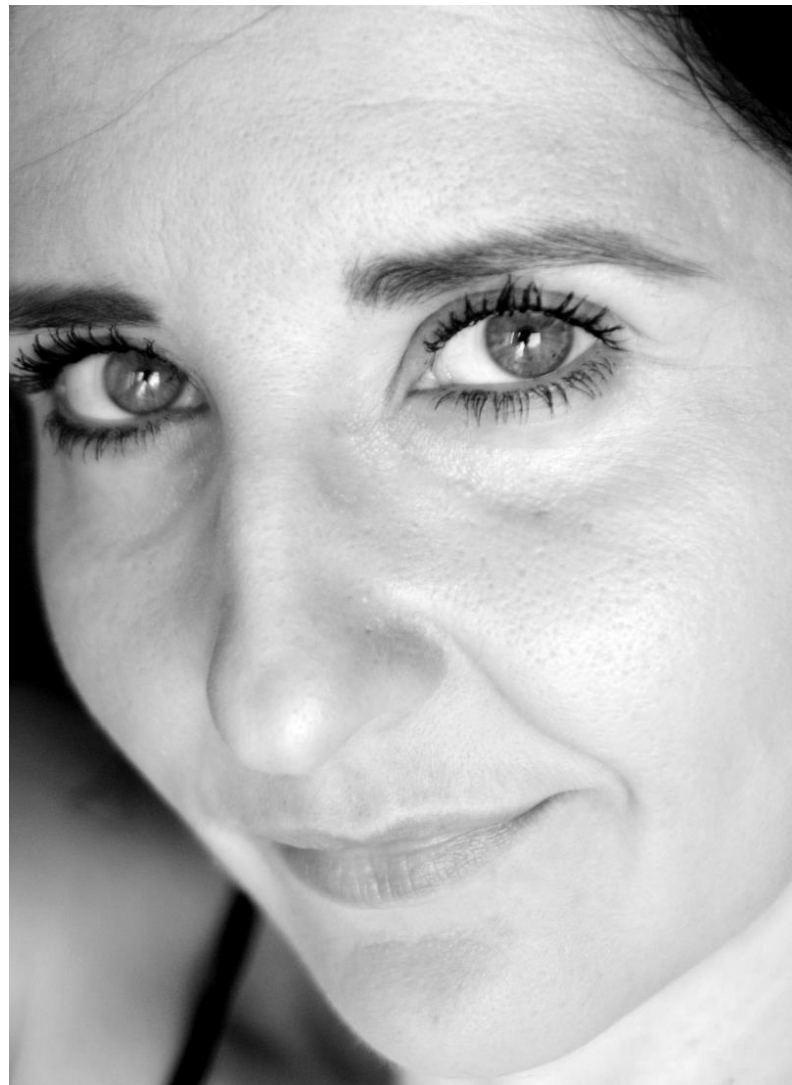


**X Memoriał
Urszuli Marciniak**

21 marca 2026

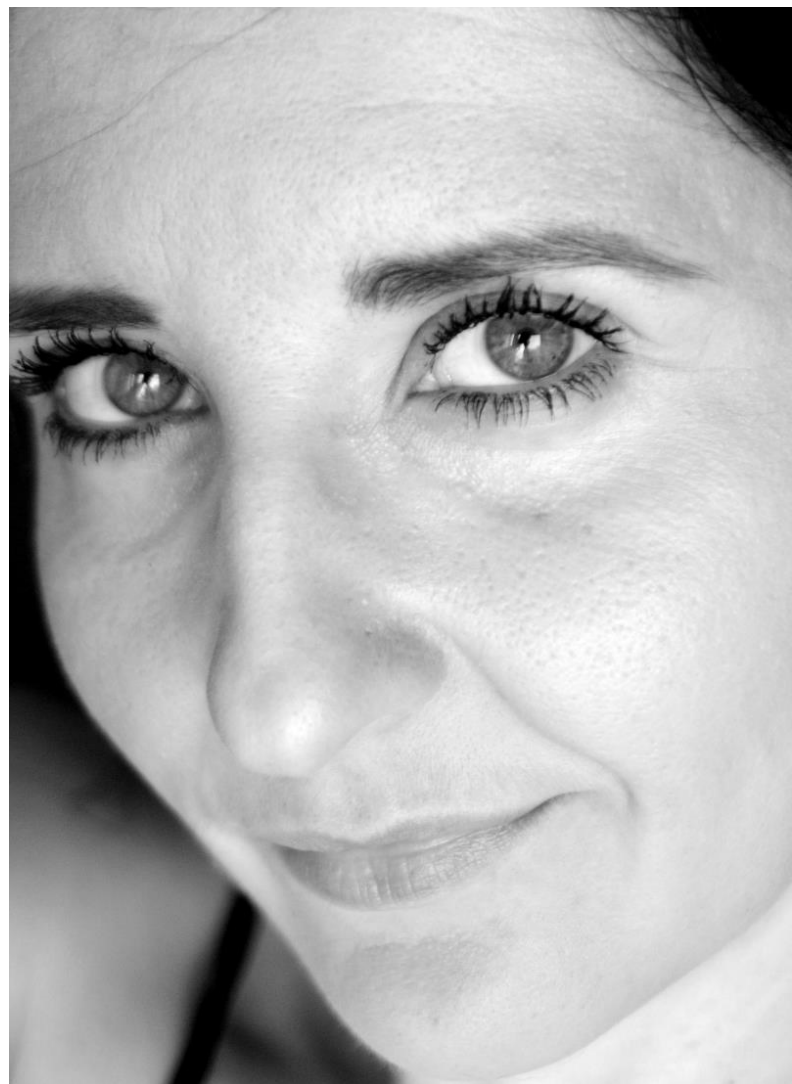


**X Memoriał
Urszuli Marciniak**

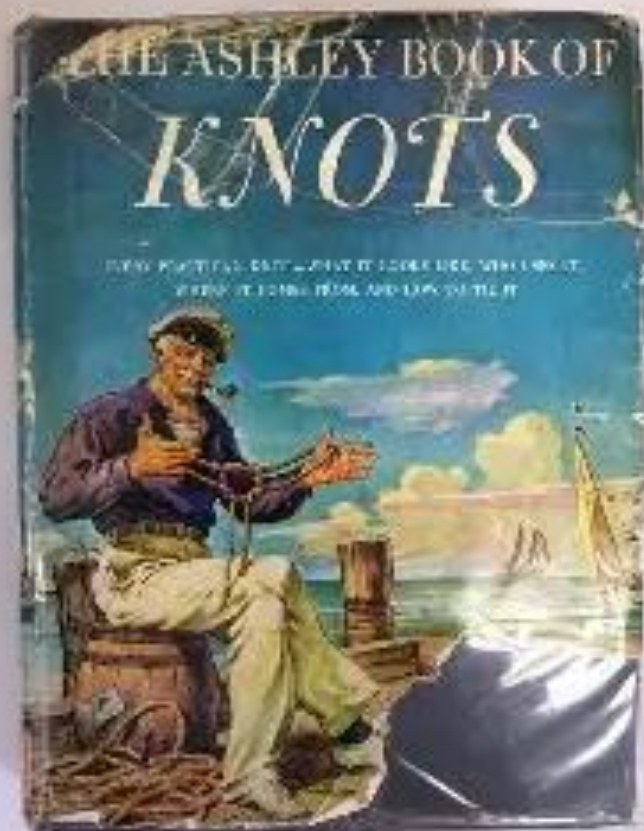
*Matematyczna
teoria węzłów*



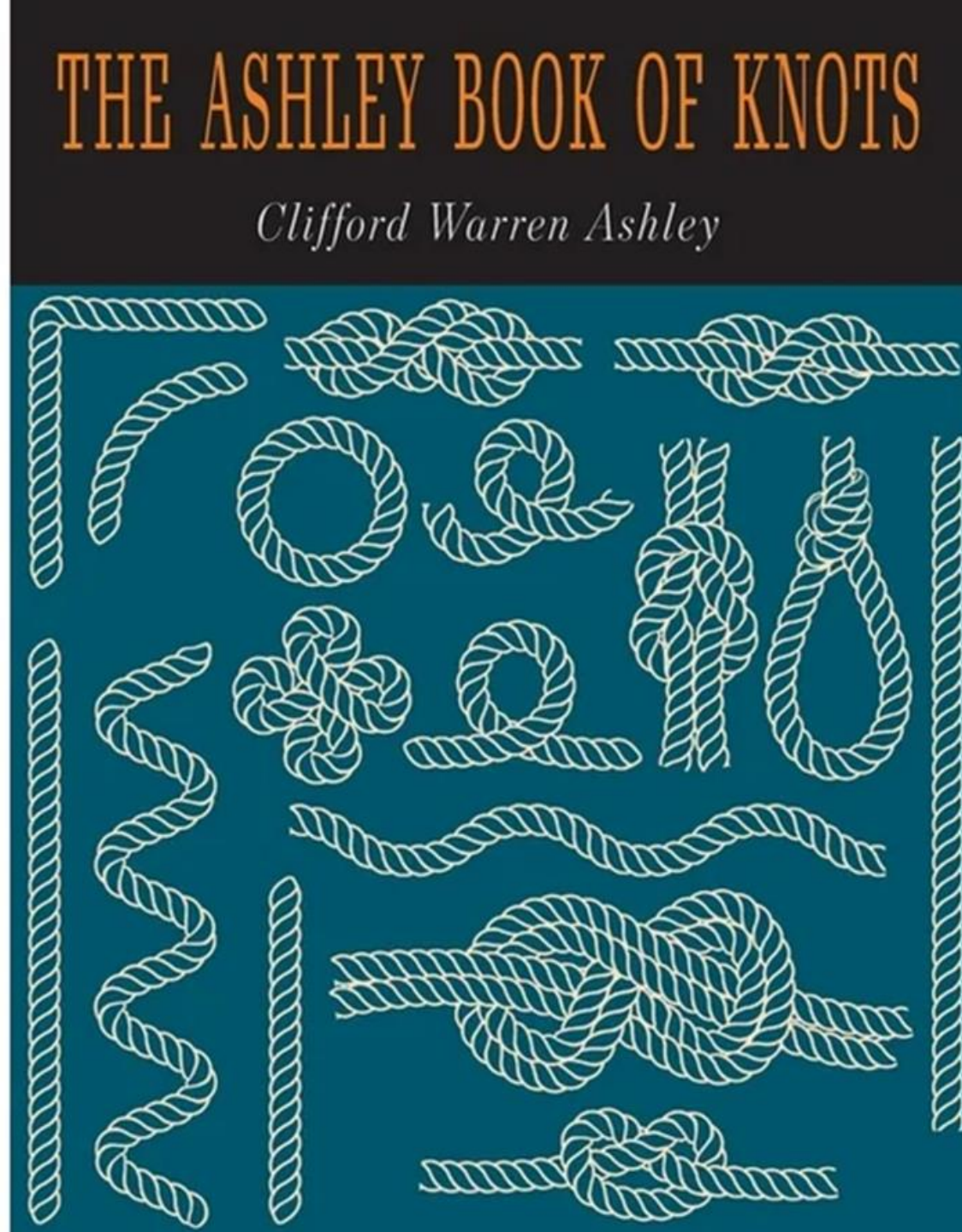
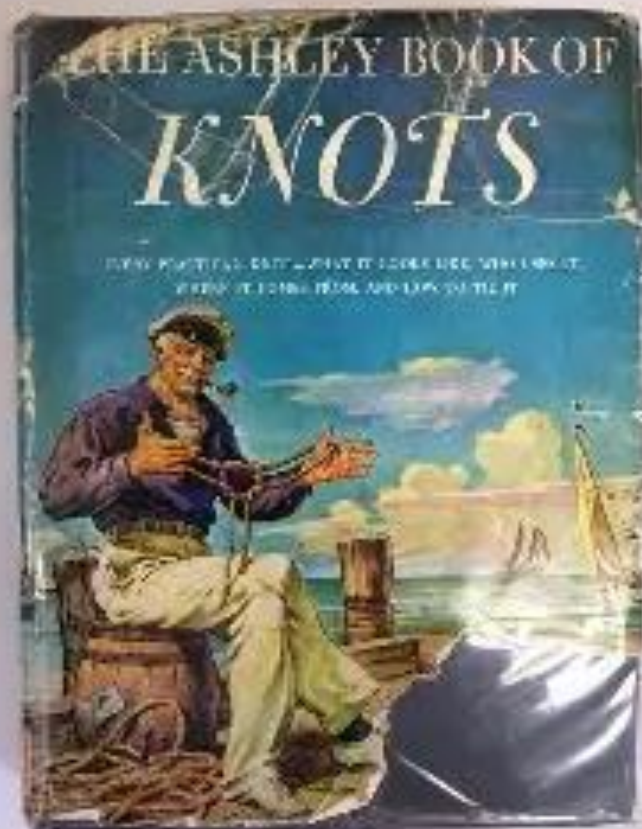
21 marca 2026







3857 węzłów

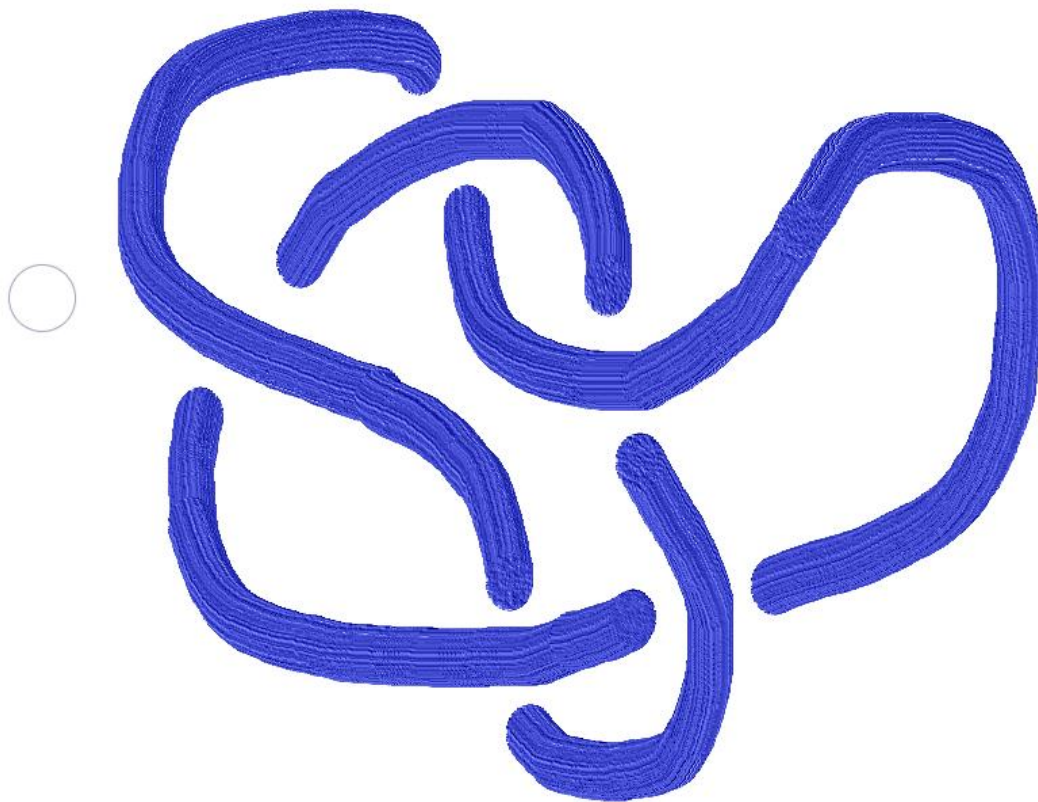


3857 węzłów

***Węzeł** to linia krzywa zamknięta,
położona w przestrzeni trójwymiarowej.*

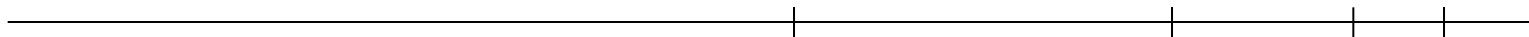
***Węzeł** to linia krzywa zamknięta,
położona w przestrzeni trójwymiarowej.*

***Węzeł** to linia krzywa zamknięta,
położona w przestrzeni trójwymiarowej.*



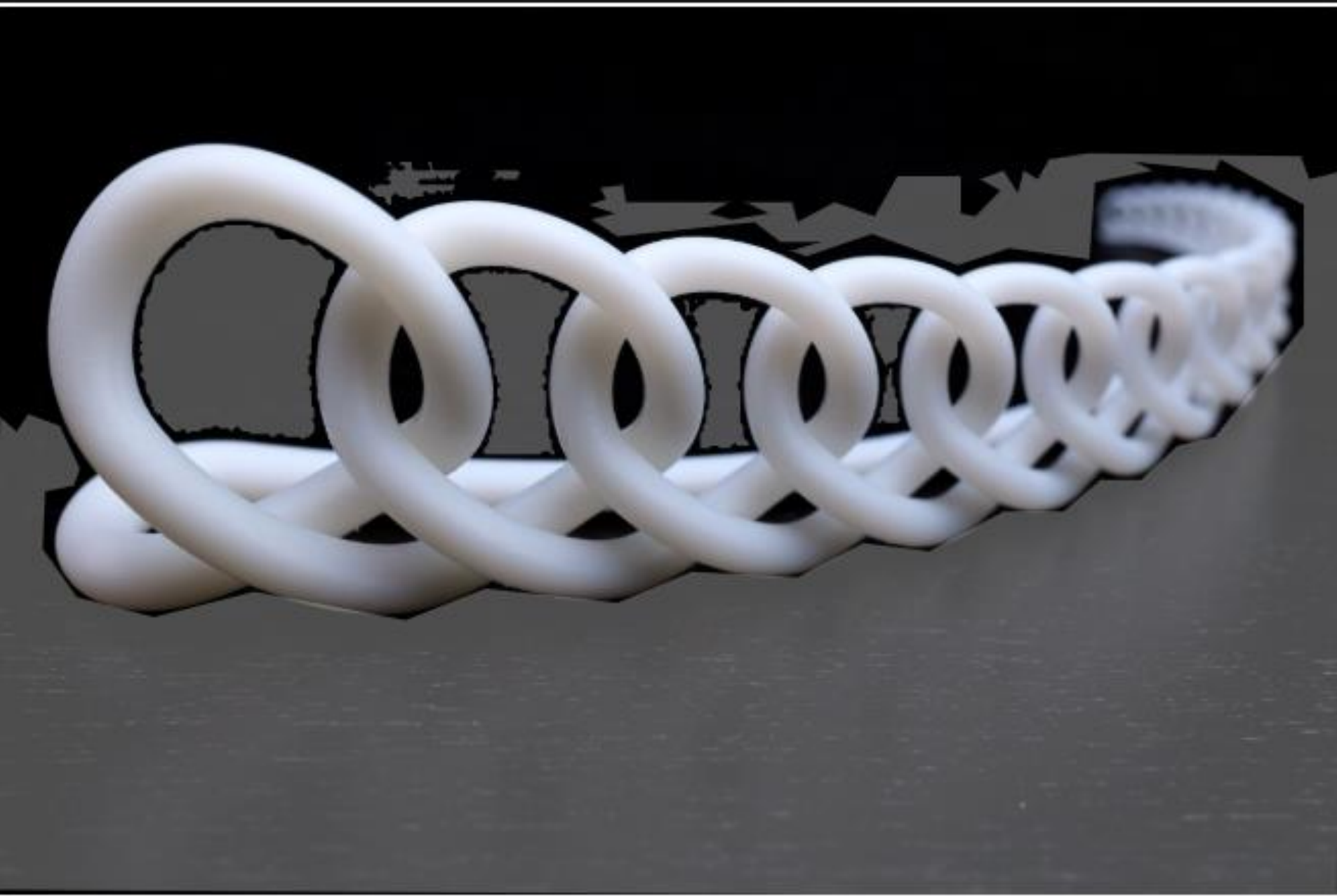
*Węzeł jest **swojski**, jeśli można go zrobić ze sznurka. W przeciwnym przypadku węzeł jest **dziki**.*

*Węzeł jest **swojski**, jeśli można go zrobić ze sznurka. W przeciwnym przypadku węzeł jest **dziki**.*



Węzeł jest *swojski*, jeśli można go zrobić ze sznurka. W przeciwnym przypadku węzeł jest *dziki*.







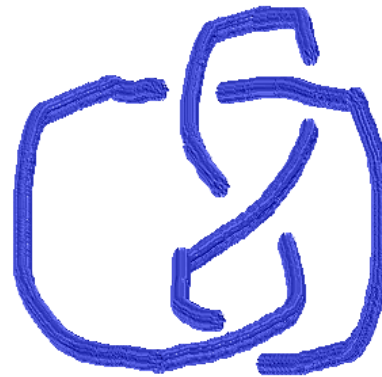
trójlistnik



ósemka



trójlistnik



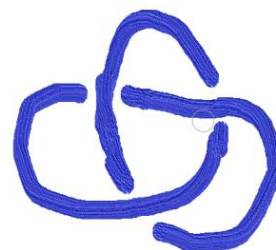
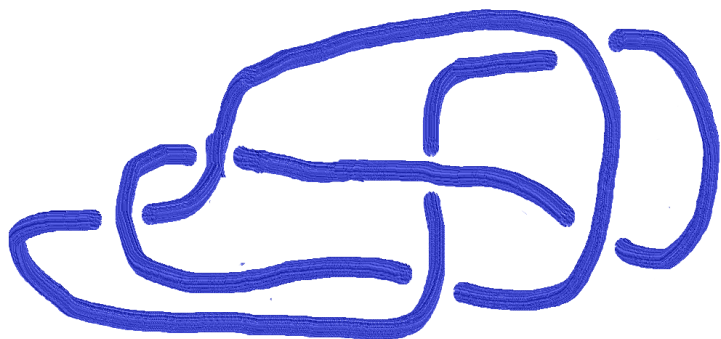
ósemka

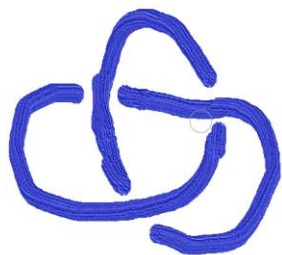
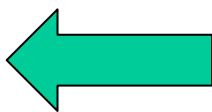
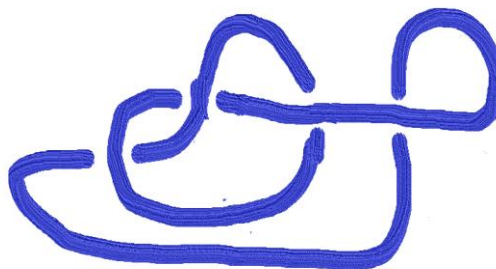
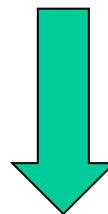
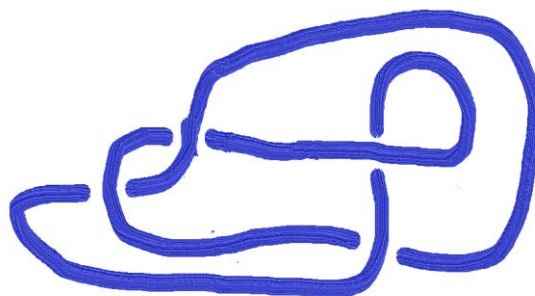
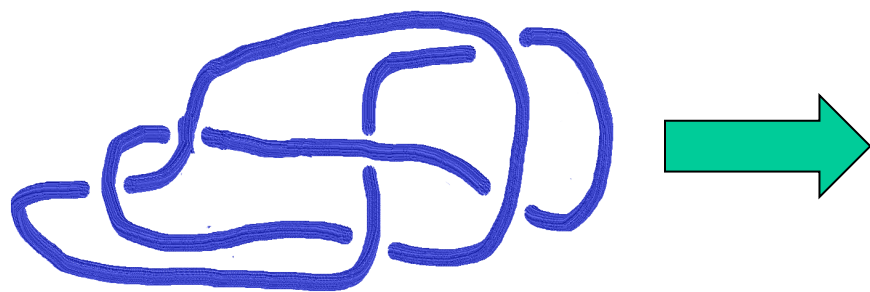
5 przecięć: 2 węzły
6 przecięć: 3 węzły
7 przecięć: 7 węzłów
8 przecięć: 21 węzłów
9 przecięć: 49 węzłów

≤ 9 przecięć: 9988 węzłów

*Dwa węzły są **tak samo położone**, jeśli jeden z nich można w sposób ciągły przekształcić na drugi.*

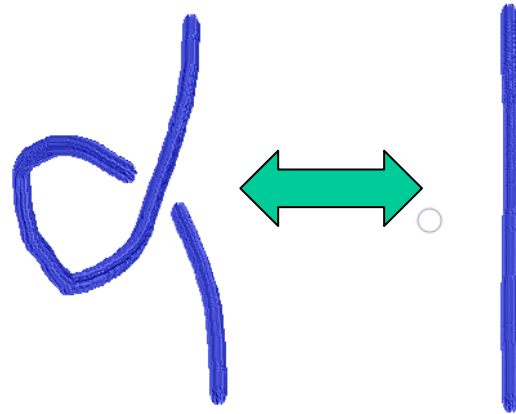
Dwa węzły są *tak samo położone*, jeśli jeden z nich można w sposób ciągły przekształcić na drugi.



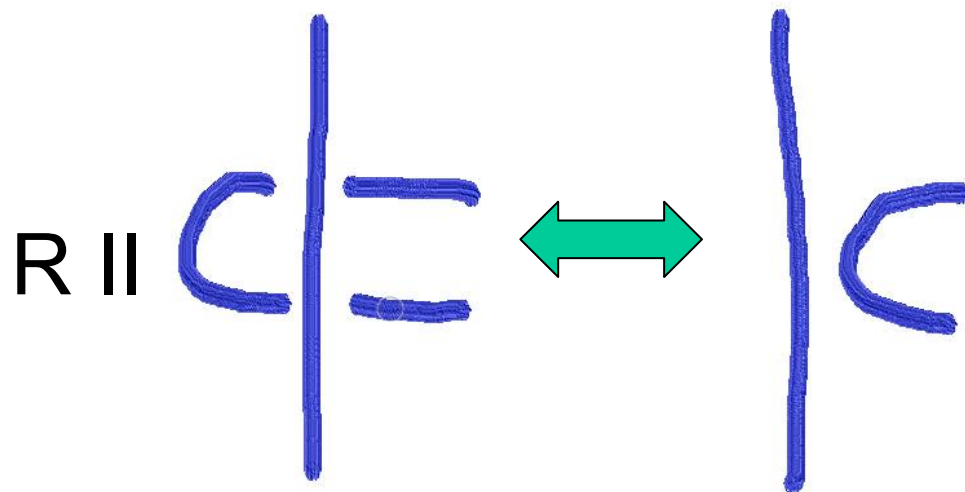


Ruchy Reidemeistera

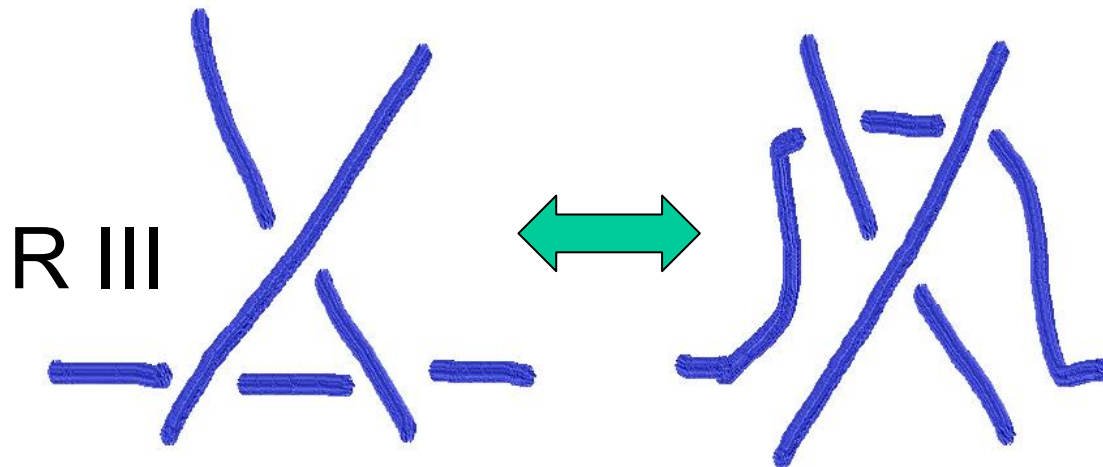
R I

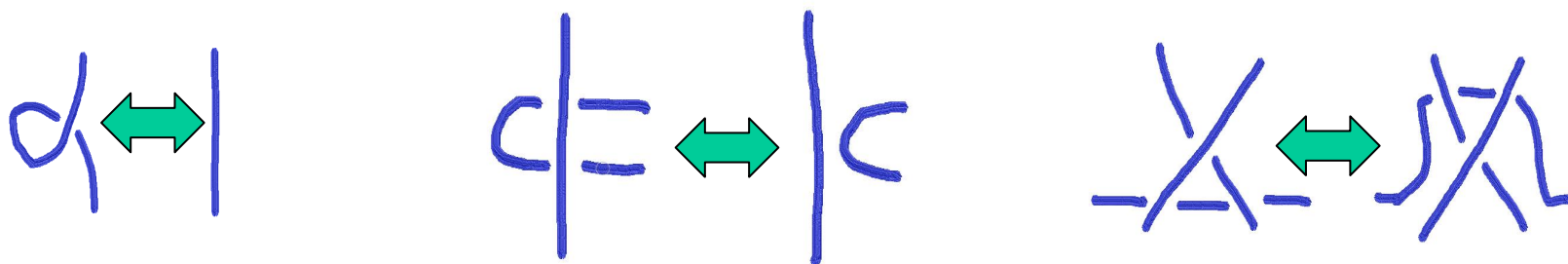


Ruchy Reidemeistera



Ruchy Reidemeistera



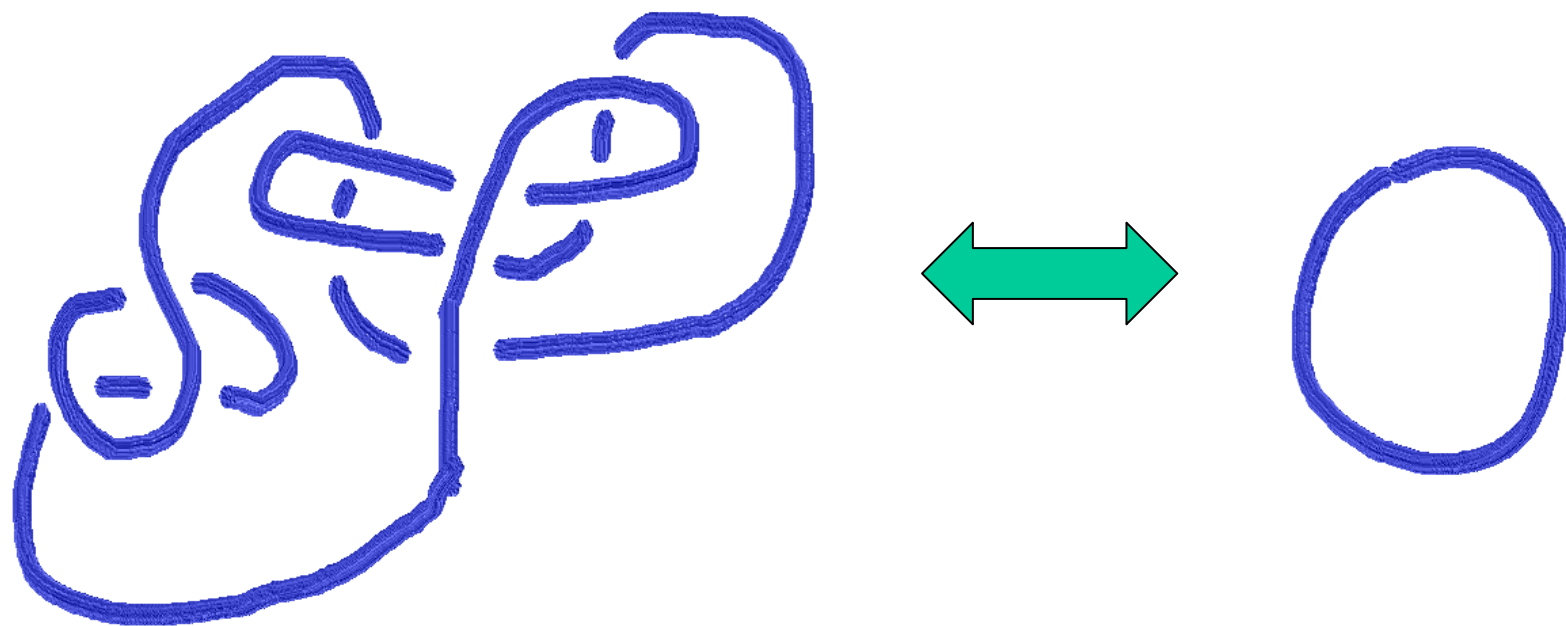


Twierdzenie Reidemeistera

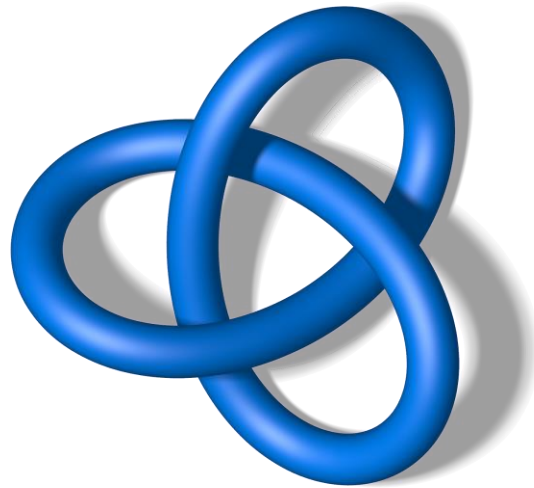
Dwa węzły są jednakowo położone wtedy i tylko wtedy, gdy można przejść od pierwszego do drugiego ciągiem ruchów I, II, III.

*Węzeł jest **trywialny**, jeśli jest tak
samo położony, jak okrąg na płaszczyźnie.*

Węzeł jest *trywialny*, jeśli jest tak samo położony, jak okrąg na płaszczyźnie.



Czy trójlistnik jest węzłem trywialnym?



Udowodnimy, że trójlístnik nie jest tak samo
położony jak płaski okrąg.

Udowodnimy, że trójlístnik nie jest tak samo
położony jak płaski okrąg.

Jak?

Udowodnimy, że trójlistnik nie jest tak samo położony jak płaski okrąg.

Jak?

Z każdym obrazkiem węzła W zwiążemy pewną liczbę naturalną $k(W)$.

Udowodnimy, że trójkąt nie jest tak samo położony jak płaski okrąg.

Jak?

Z każdym obrazkiem wężła W zwiążemy pewną liczbę naturalną $k(W)$.

Zrobimy to tak, że jeśli W, W' są tak samo położone, to $k(W)=k(W')$.

Udowodnimy, że trójlístnik nie jest tak samo położony jak płaski okrąg.

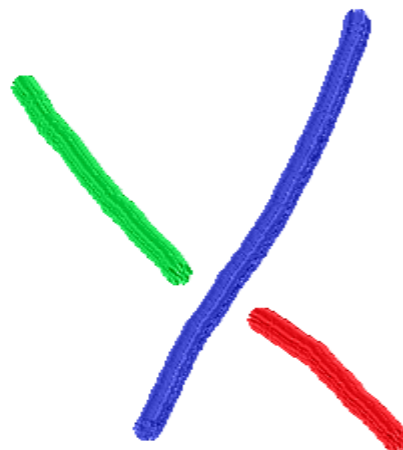
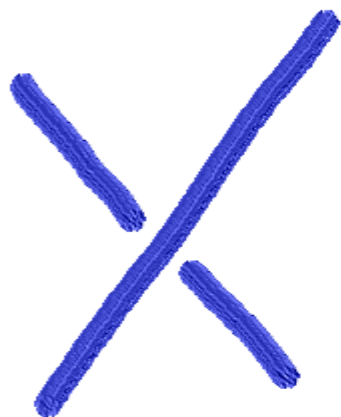
Jak?

Z każdym obrazkiem węzła W zwiążemy pewną liczbę naturalną $k(W)$.

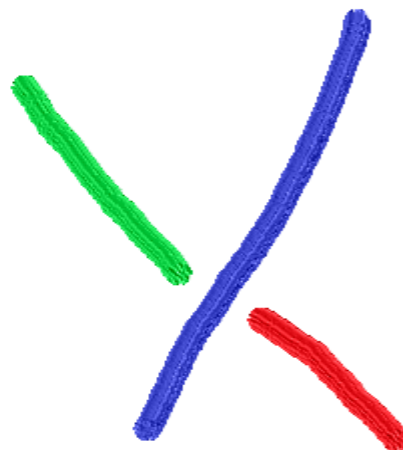
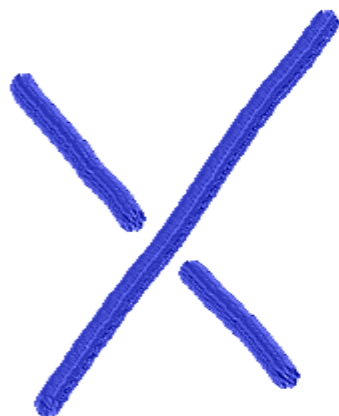
Zrobimy to tak, że jeśli W, W' są tak samo położone, to $k(W)=k(W')$.

Pokażemy, że $k(\text{🌀}) \neq k(\text{🕒})!$

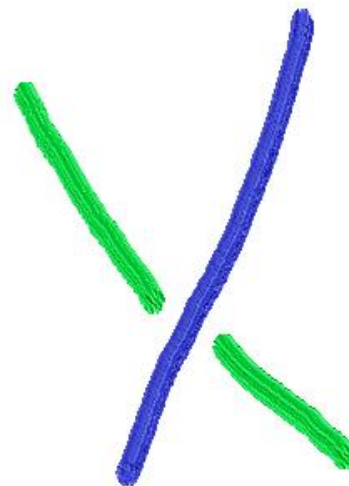
Ładne pokolorowanie węzła



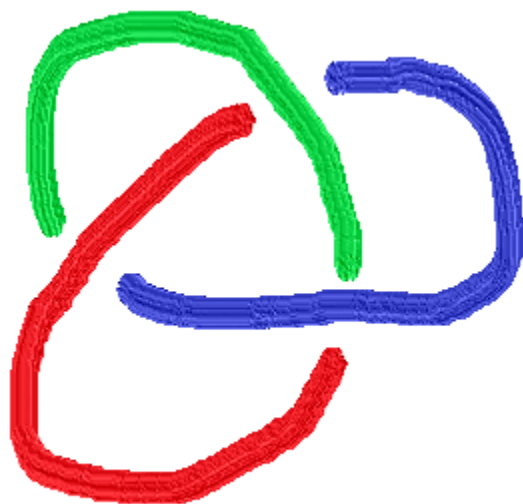
Ładne pokolorowanie węzła



Jakie jest nieładne?



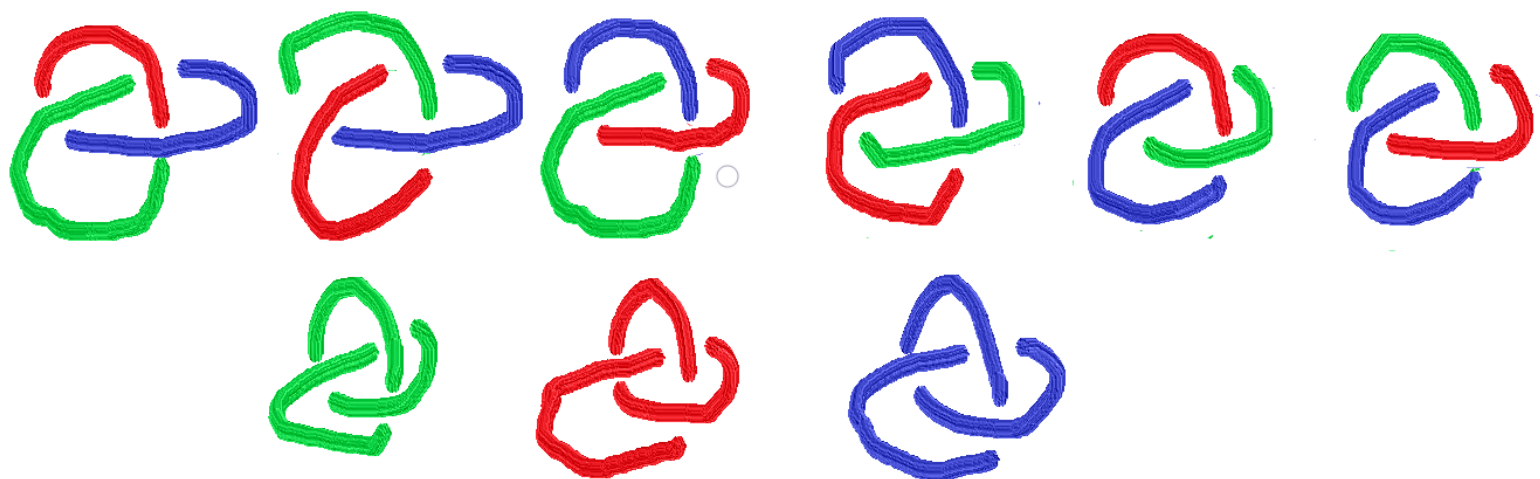
Ładnie pomalowany trójlistnik:



Z każdym obrazkiem wężła W zwiążemy pewną liczbę naturalną $k(W)$:

Z każdym obrazkiem węzła W zwiążemy pewną liczbę naturalną $k(W)$:

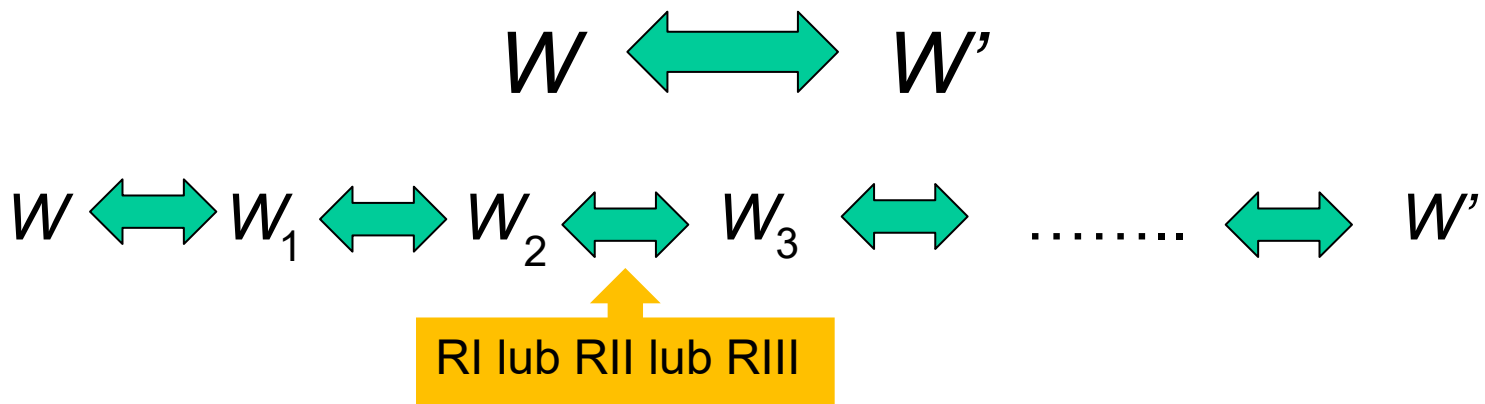
$k(W)$ = liczba ładnych pomalowań W



$$k(\text{trefoil}) = 9$$

Zrobimy to tak, że jeśli W , W' są tak samo położone, to $k(W)=k(W')$.

Zrobimy to tak, że jeśli W , W' są tak samo położone, to $k(W)=k(W')$.



Zrobimy to tak, że jeśli W, W' są tak samo położone, to $k(W)=k(W')$.

$$W \longleftrightarrow W'$$

$$W \longleftrightarrow W_1 \longleftrightarrow W_2 \longleftrightarrow W_3 \longleftrightarrow \dots \longleftrightarrow W'$$

RI lub RII lub RIII

$$d_1 \longleftrightarrow |$$

$$c| = \longleftrightarrow |c$$

$$\cancel{-\Delta-} \longleftrightarrow \cancel{J\Delta}$$

Zrobimy to tak, że jeśli W, W' są tak samo położone, to $k(W)=k(W')$.

$$W \longleftrightarrow W'$$

$$W \longleftrightarrow W_1 \longleftrightarrow W_2 \longleftrightarrow W_3 \longleftrightarrow \dots \longleftrightarrow W'$$

RI lub RII lub RIII

$$d_1 \longleftrightarrow |$$

$$c| = \longleftrightarrow |c$$

$$\cancel{-\Delta-} \longleftrightarrow \cancel{J\Delta}$$

$$k(W_2) = k(W_3)$$

Zrobimy to tak, że jeśli W, W' są tak samo położone, to $k(W)=k(W')$.

$$W \longleftrightarrow W'$$

$$W \longleftrightarrow W_1 \longleftrightarrow W_2 \longleftrightarrow W_3 \longleftrightarrow \dots \longleftrightarrow W'$$

RI lub RII lub RIII

$$d_1 \longleftrightarrow |$$

$$c| = \longleftrightarrow |c$$

$$\cancel{-\Delta-} \longleftrightarrow \cancel{J\Delta}$$

$$k(W) = \dots = k(W_2) = k(W_3) = \dots = k(W')$$

$$W \longleftrightarrow W'$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \text{RI lub RII lub RIII} \end{array}$$

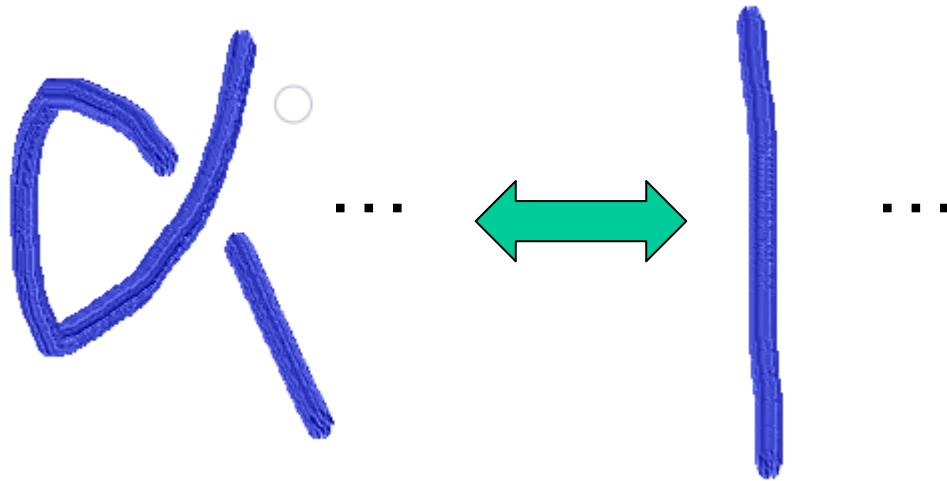
$$d \leftrightarrow |$$

$$c| = |c$$

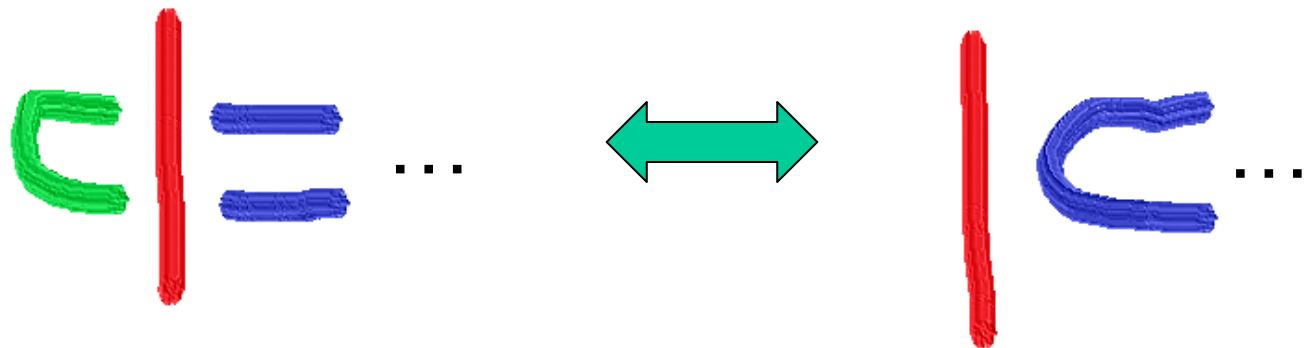
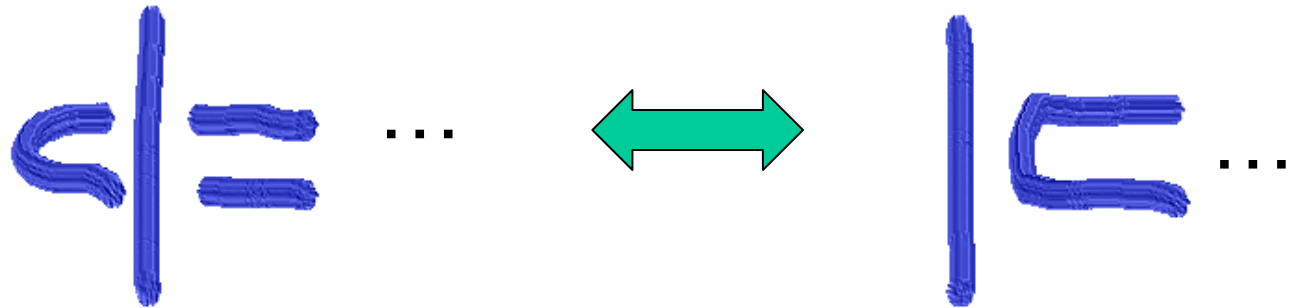
$$\neg \Delta \leftrightarrow \neg \Delta$$

$$k(W) = k(W')$$

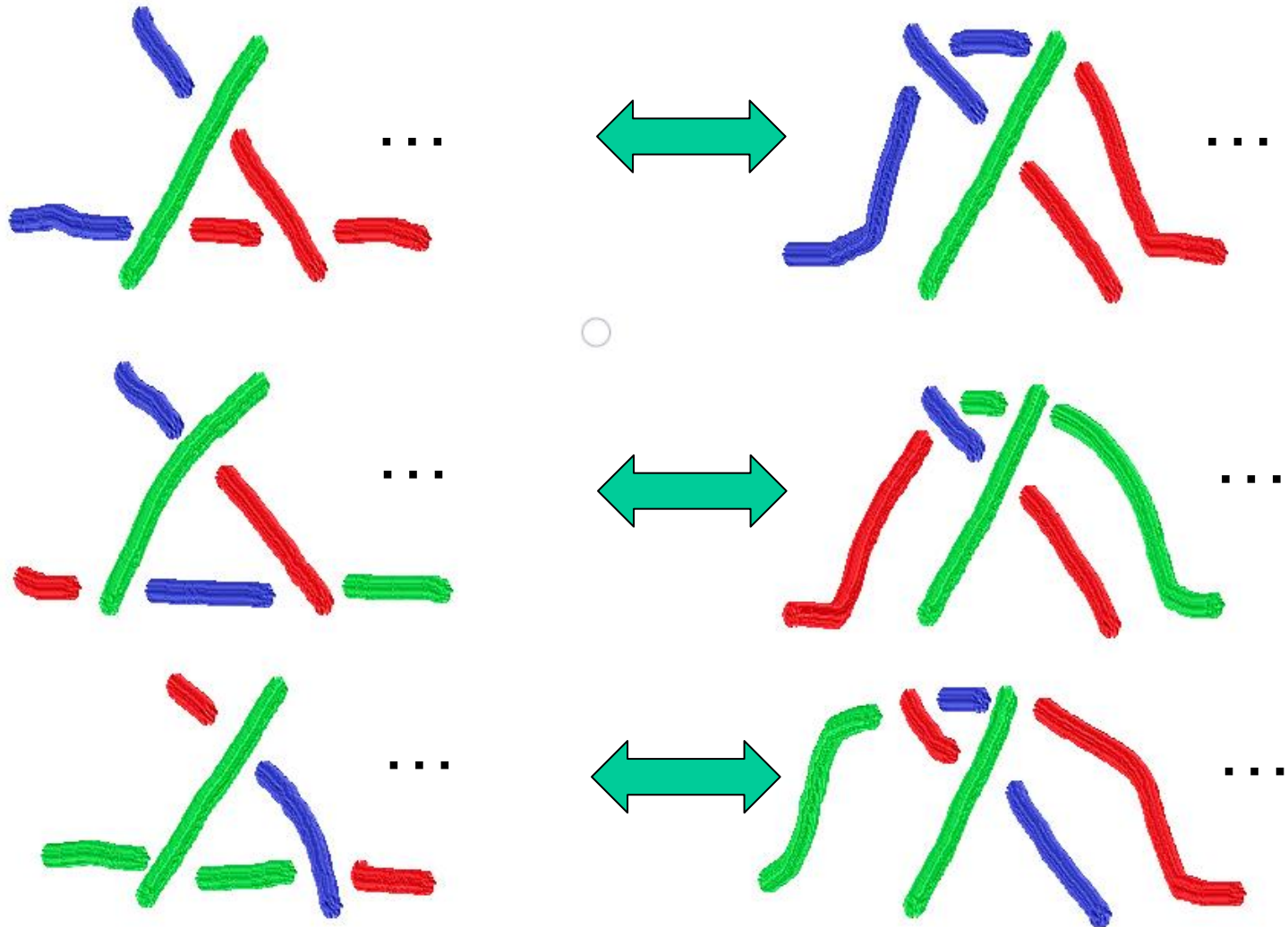
RI

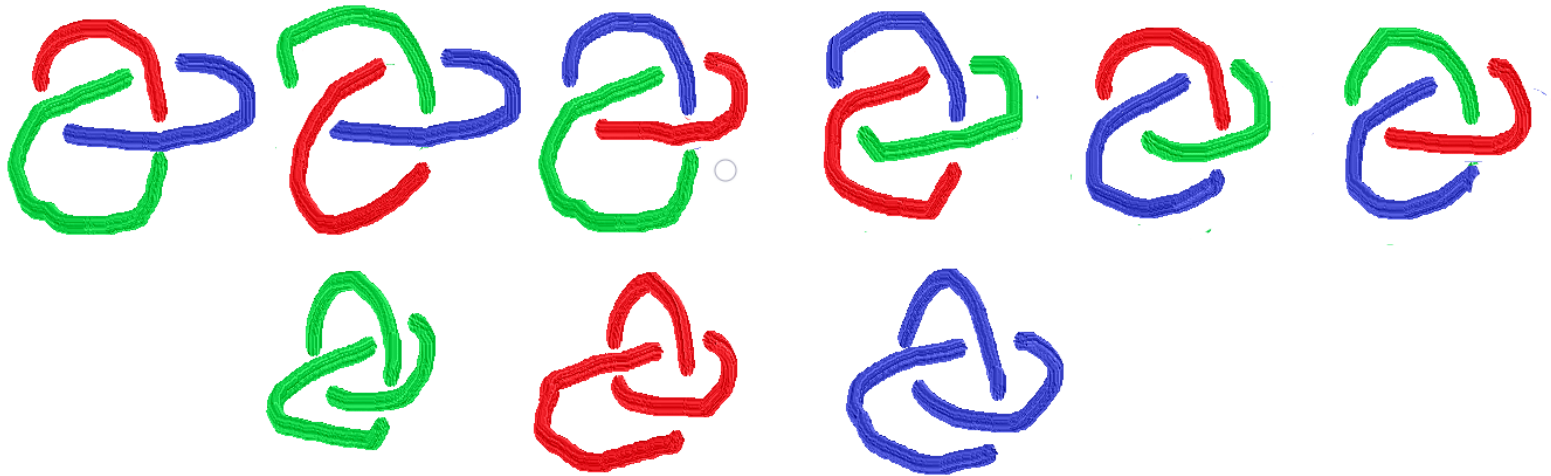


RII

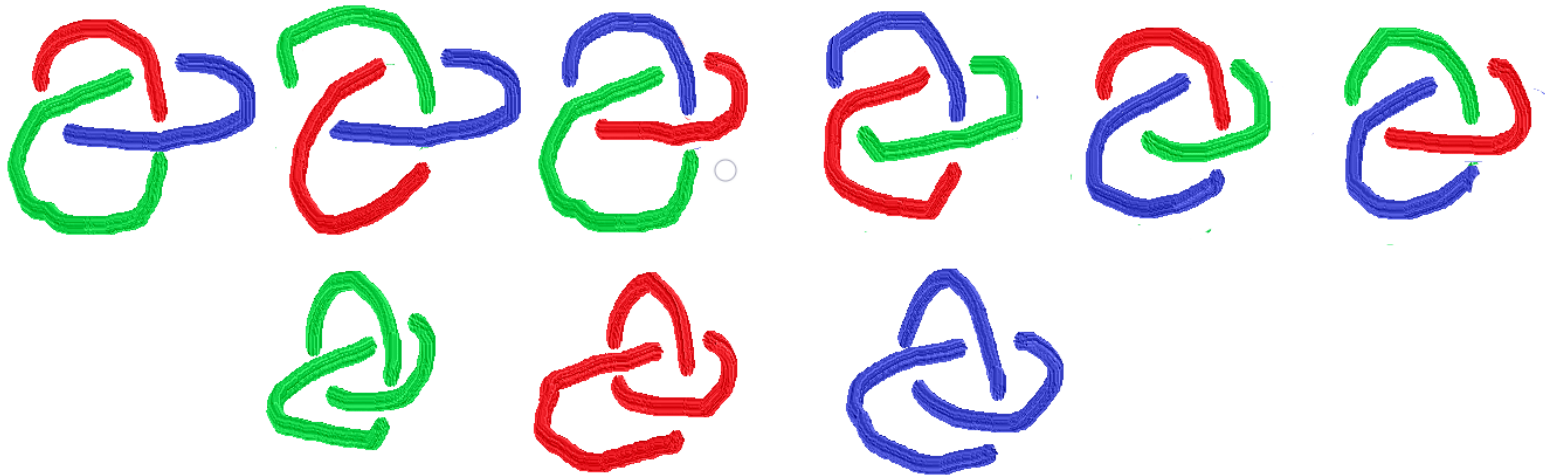


RIII

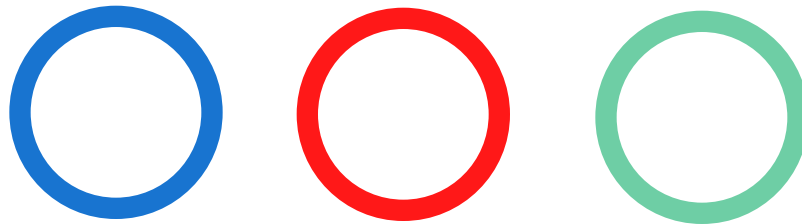




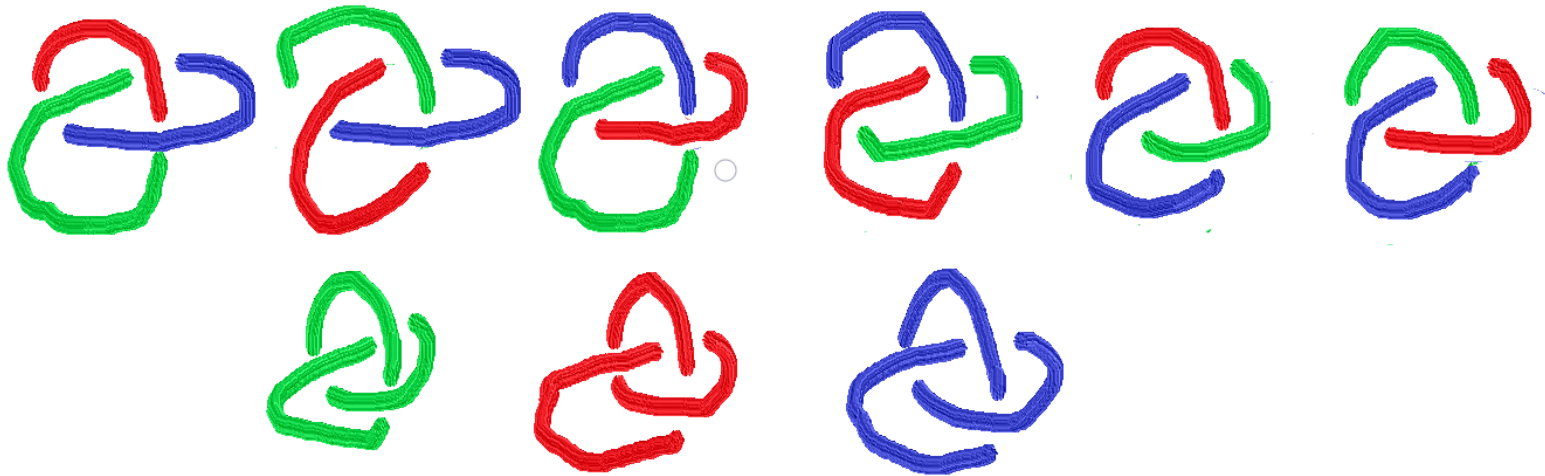
$$k(\text{blue knot}) = 9$$



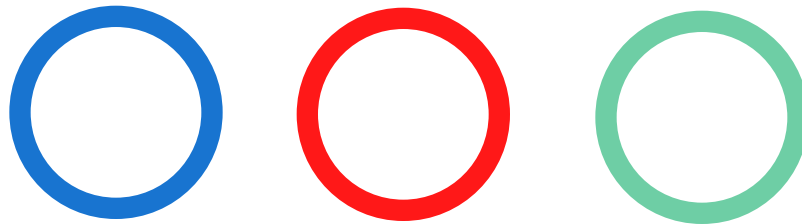
$$k(\text{trefoil}) = 9$$



$$k(\text{circle}) = 3$$



$$k(\text{trefoil}) = 9$$

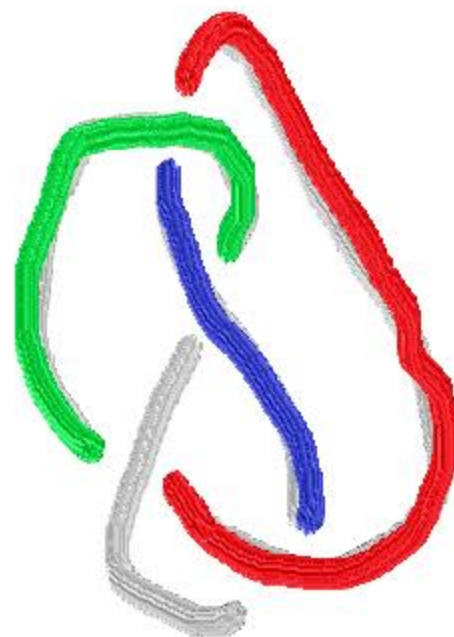
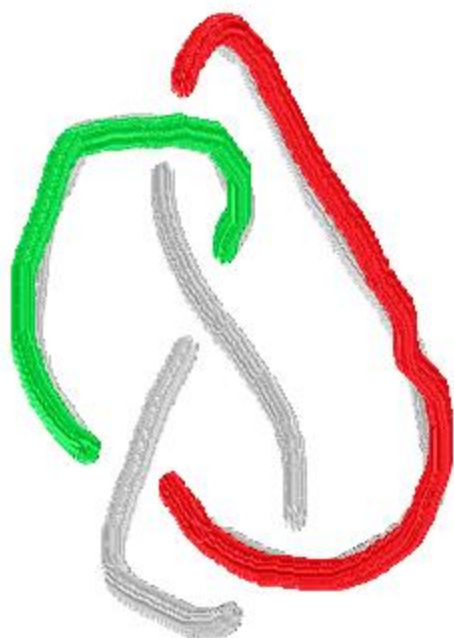
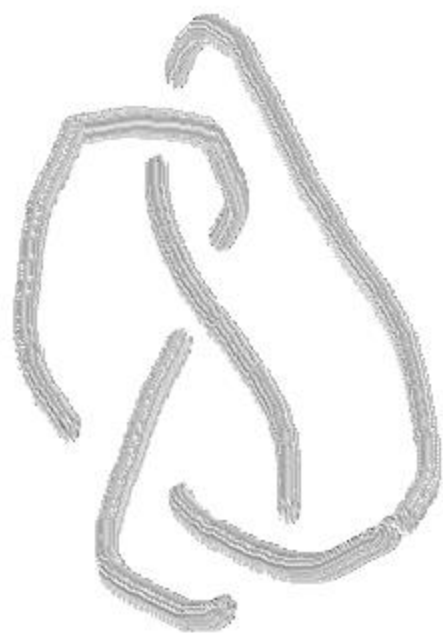


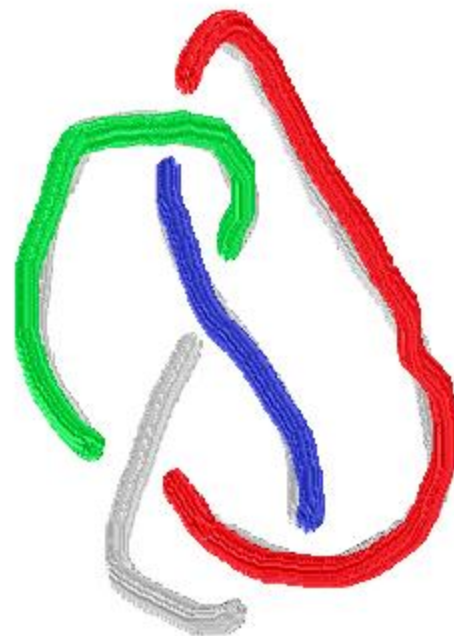
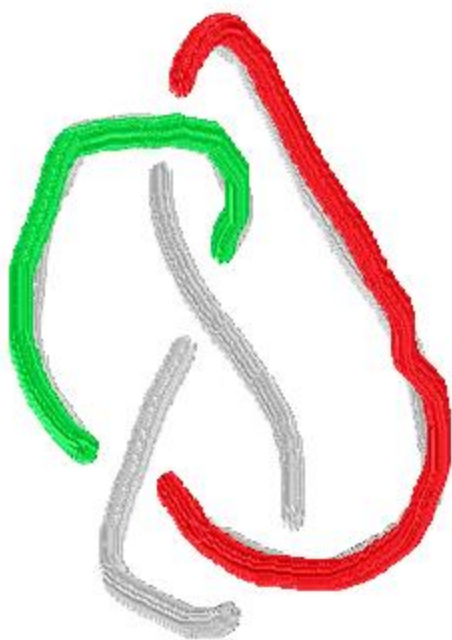
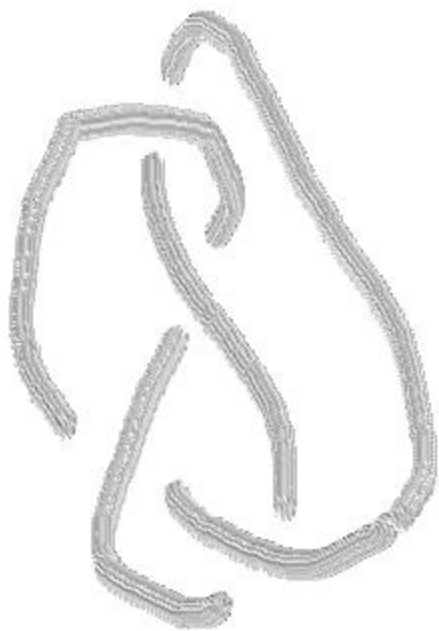
$$k(\text{trivial}) = 3$$

$9 \neq 3$, zatem trójlistnika nie da się rozwiązać!

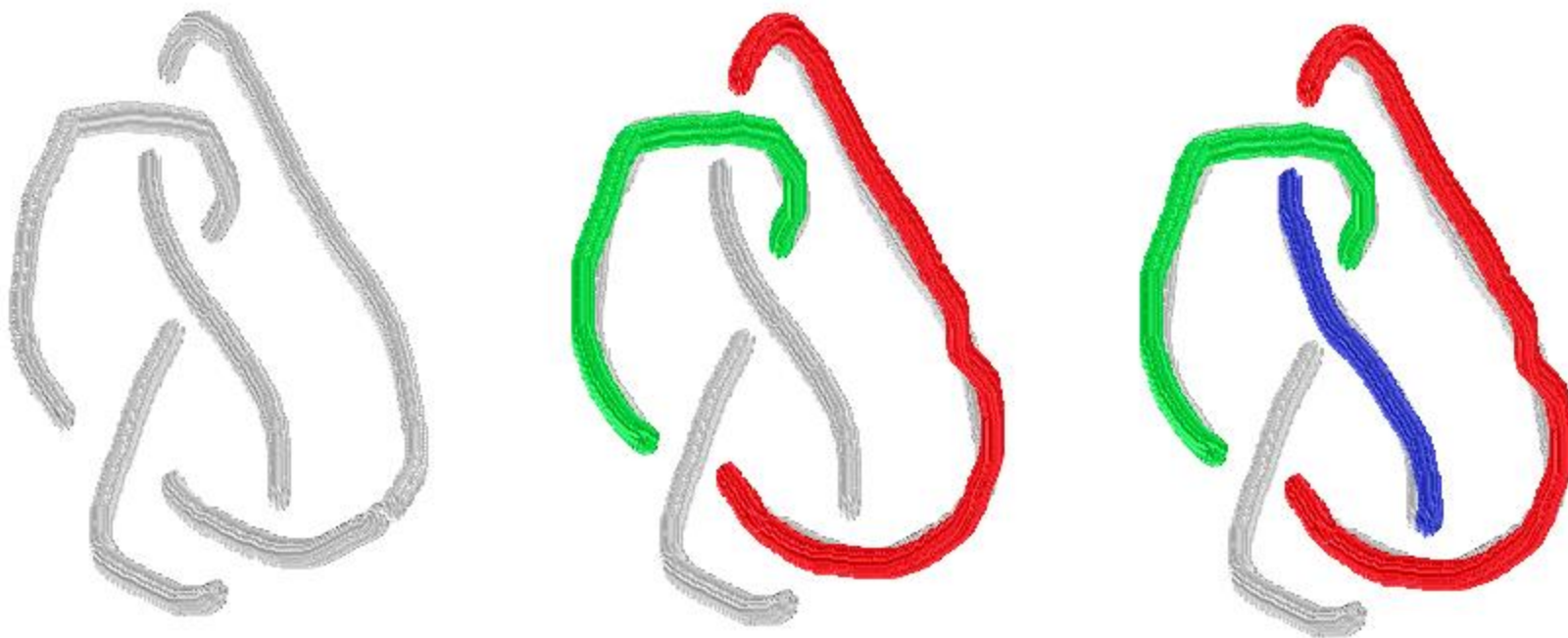
A co z następnym najmniejszym węzłem?







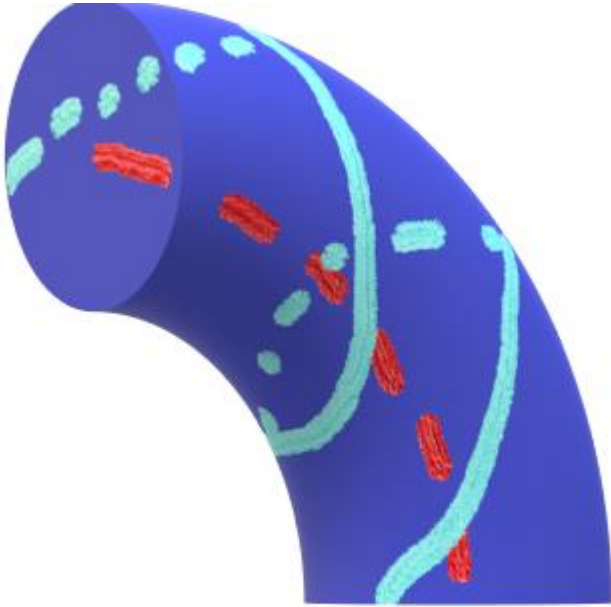
$$k(8) = 3$$



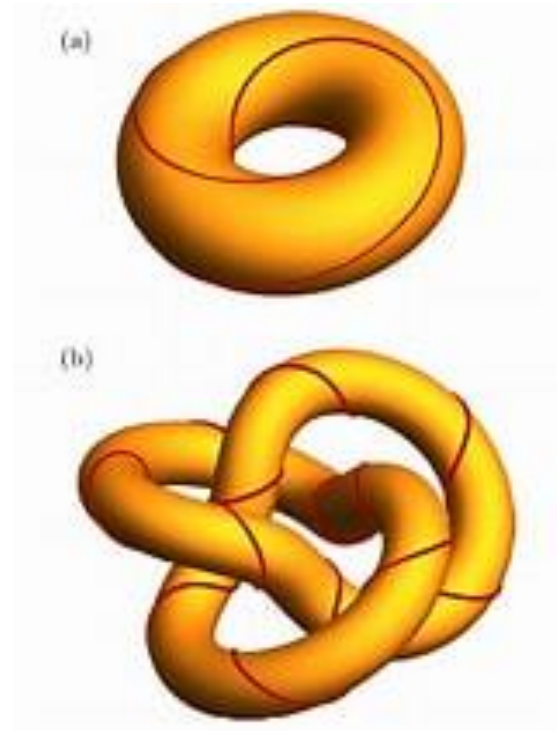
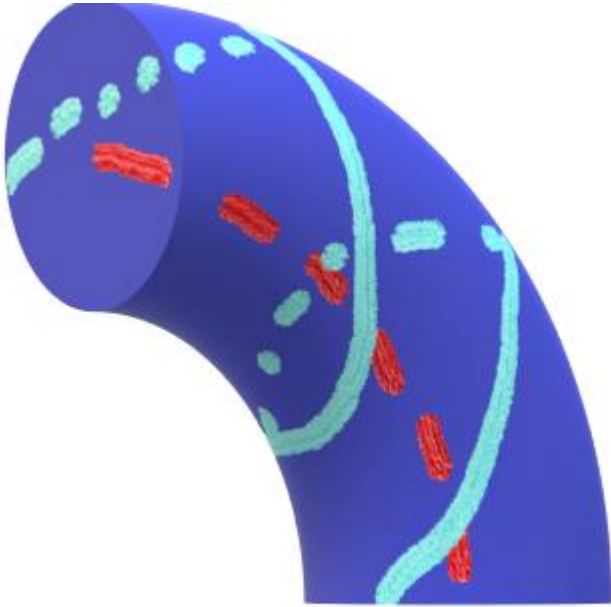
$$k(8) = 3$$

Węzeł ósemkowy jest różny od trójlistnika,
ale być może jest trywialny!

Satelity węzłów

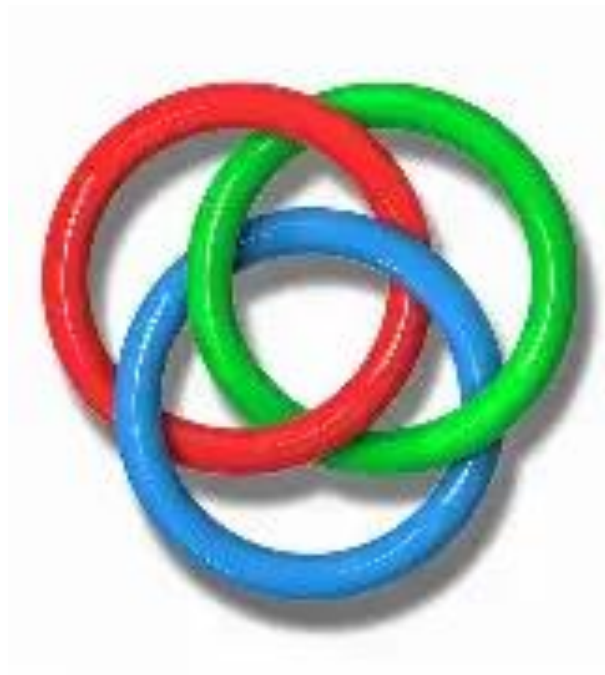


Satelite węzłów

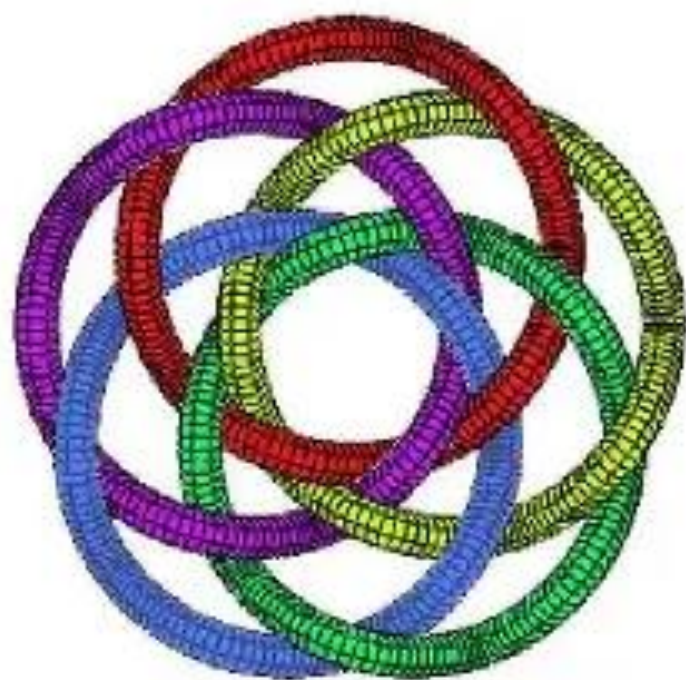


***Splot** to kilka parami rozłącznych
krzywych zamkniętych w przestrzeni
trójwymiarowej.*





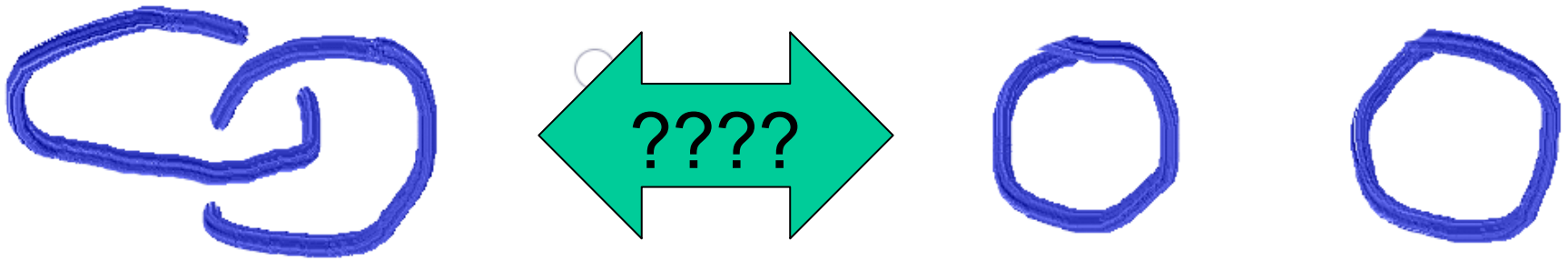
okręgi Boromeuszy





*Splot jest **trywialny**, jeśli jest tak samo
położony jak kilka rozłącznych okręgów
na płaszczyźnie.*

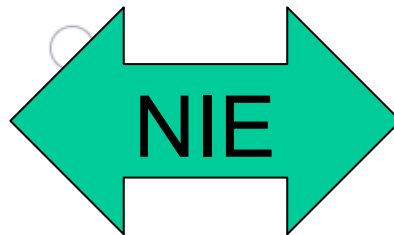
*Splot jest **trywialny**, jeśli jest tak samo położony jak kilka rozłącznych okręgów na płaszczyźnie.*



Splot jest *trywialny*, jeśli jest tak samo położony jak kilka rozłącznych okręgów na płaszczyźnie.

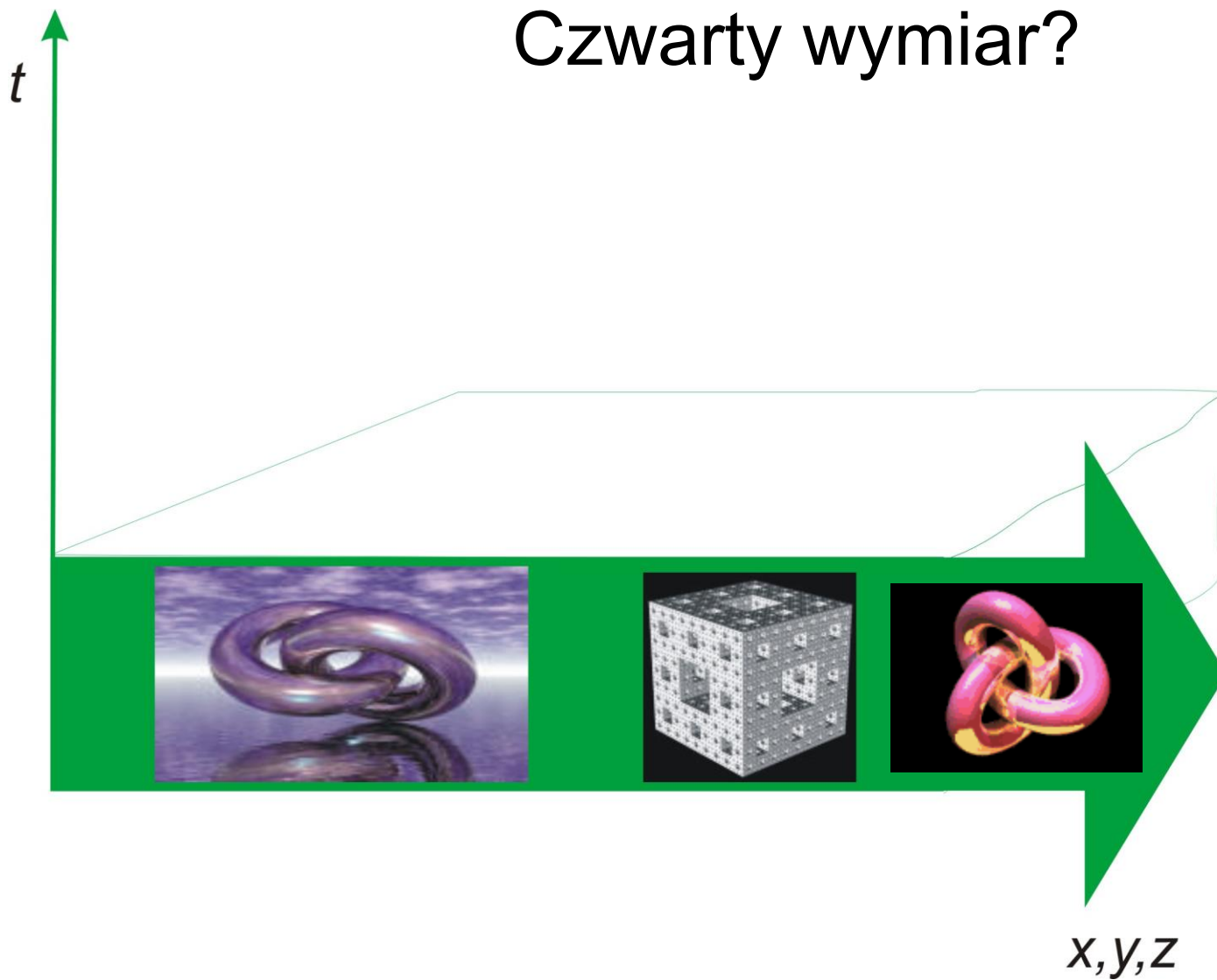


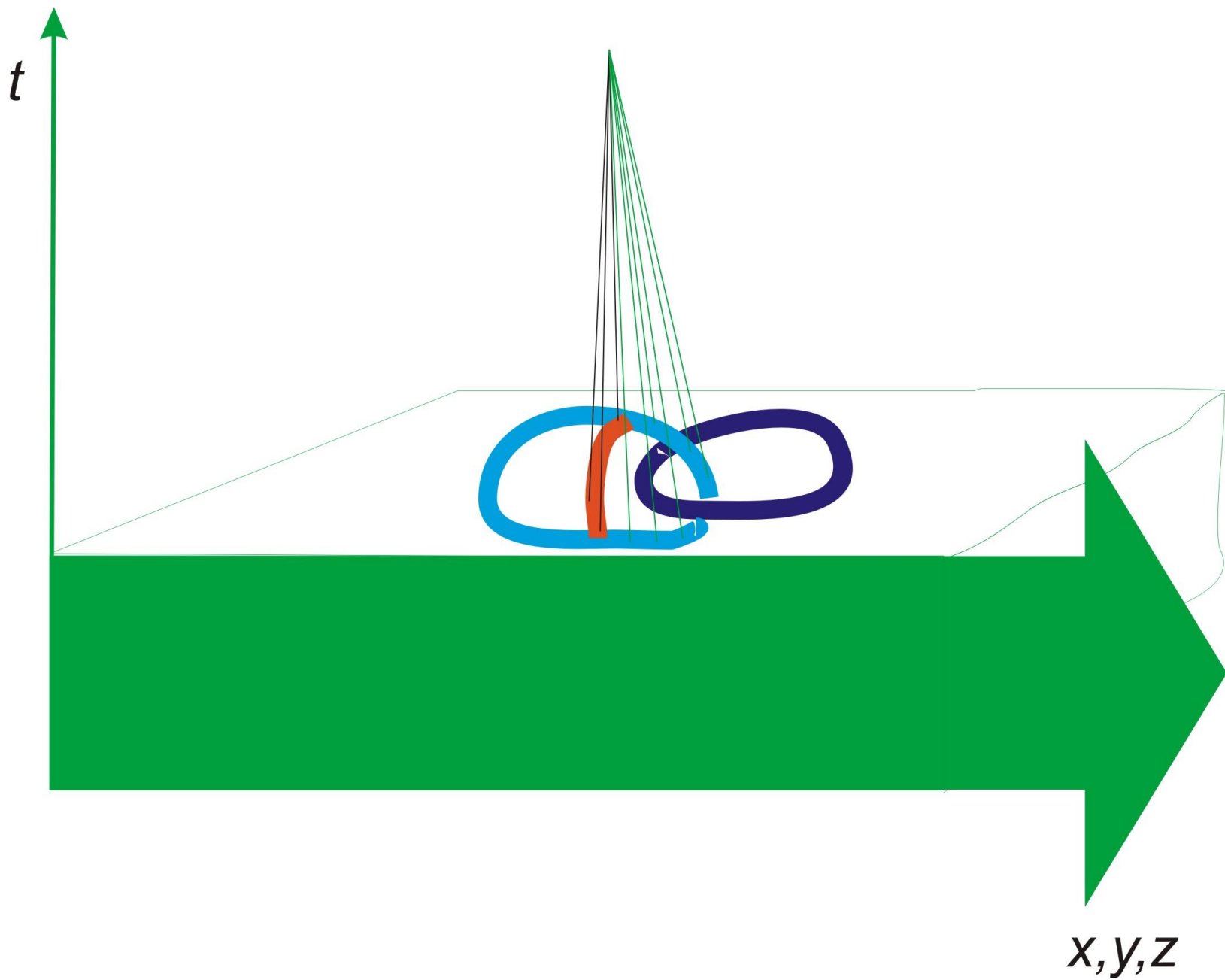
$k = 3$



$k = 9$

Czwarty wymiar?





*W przestrzeni **czterowymiarowej**
łańcuch się rozsypie, a każdy węzeł
jest trywialny, ale...*

...równik sfery można zawiązać w supeł.

