

1. Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c zachodzi nierówność

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} - \frac{a}{b+c} - \frac{b}{c+a} - \frac{c}{a+b} \geq \frac{9}{2}$$

2. Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c i naturalnej liczby n zachodzi nierówność

$$\frac{a^n}{b+c} + \frac{b^n}{c+a} + \frac{c^n}{a+b} \geq \frac{a^{n-1} + b^{n-1} + c^{n-1}}{2}$$

3. Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c, d zachodzi nierówność

$$\frac{a}{a+2b+c} + \frac{b}{b+2c+d} + \frac{c}{c+2d+a} + \frac{d}{d+2a+b} \geq 2$$

4. Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c, d zachodzi nierówność

$$\frac{a^2}{b(a+c)} + \frac{b^2}{c(b+d)} + \frac{c^2}{d(c+a)} + \frac{d^2}{a(d+b)} \geq 2$$

5. Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c, d, e zachodzi nierówność

$$\frac{a^2}{b(c+d)} + \frac{b^2}{c(d+e)} + \frac{c^2}{d(e+a)} + \frac{d^2}{e(a+b)} + \frac{e^2}{a(b+c)} \geq \frac{5}{2}$$

6. Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c zachodzi nierówność

$$\frac{a+b-2c}{b+c} + \frac{b+c-2a}{c+a} + \frac{c+a-2b}{a+b} \geq 0$$