

XXIV MISTRZOSTWA POLSKI W GEOMETRII ELEMENTARNEJ
WROCLAW 13 VI 2026

Na rozwiązanie zadań (niekoniecznie wszystkich) masz 3 godziny zegarowe. Rozwiązanie każdego zadania zapisz na osobnej kartce opatrzonej imieniem i nazwiskiem, numerem zadania i symbolem kategorii. Zakończenie rozwiązywania każdego z zadań zgłoś dyżurnemu jurorowi przez podniesienie ręki. **POWODZENIA!**

Zad. 1. W trójkąt ABC wpisano okrąg styczny do boków AB i AC odpowiednio w punktach D i E . Wykaż, że środek okręgu wpisanego w trójkąt ADE leży na danym okręgu.

Zad. 2. W trójkącie ABC kąt C jest prosty, a CD jest jego dwusieczną. Na boku BC obrano punkt E taki, że kąt EDB jest prosty. Wiedząc, że $|AC|=6$ i $|CE|=2$, oblicz pole trójkąta EDB .

Zad. 3. Na boku AB kwadratu $ABCD$ obrano punkt M taki, że $|AM|:|MB| = 4:1$, a na przekątnej BD obrano punkt N taki, że $|BN|:|ND| = 3:2$. Wiedząc, że bok kwadratu wynosi 30, oblicz odległość punktu przecięcia przekątnych czworokąta $MBCN$ od odcinka MN .

Zad. 4. W trójkąt ABC wpisano okrąg o środku O styczny do boków AB i AC odpowiednio w punktach M i N . AH jest wysokością trójkąta, kąt B ma miarę 77° , kąt C 17° , a odcinek łączący H ze środkiem S odcinka MN ma długość 8. Oblicz długość AK , gdzie K jest punktem przecięcia się prostych BC i MN .

Zad. 5. W trójkącie ABC na boku AB obrano punkty E i F . Niech M i N będą rzutami prostokątnymi punktu E odpowiednio na boki AC i BC . Wykaż, że jeśli środek okręgu opisanego na ABC leży na odcinku CE , to czworokąty $CNFM$ i $CMEN$ mają równe pola.

Zad. 6. W trójkącie ABC kąt A jest prosty. Wysokość AH i dwusieczna CL (gdzie L leży na AB) przecinają się w punkcie D . Wiedząc, że $|CD|=9$ i $|DL|=6$, oblicz pole trójkąta ABC .

Zad. 7. Długości boków trójkąta tworzą ciąg arytmetyczny. Wysokość opuszczona na średni bok ma długość h . Oblicz promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.

Zad. 8. W czworokącie $ABCD$ wpisanym w okrąg o środku O przekątne są prostopadłe. Wykaż, że odległość O od boku DC jest dwa razy mniejsza od długości boku AB .

Zad. 9. W trójkącie równoramiennym ABC (gdzie $|AC|=|BC|$) obrano punkt M taki, że $|\sphericalangle CAM| = 10^\circ$, $|\sphericalangle MCA|=20^\circ$ i $|\sphericalangle MCB|=80^\circ$. Znajdź miarę kąta AMB .

Zad. 10. Dany jest kąt o wierzchołku A . Na jego dwusiecznej obrano punkt P . Przez punkty A i P poprowadzono dwa okręgi. Pierwszy przecina ramiona kąta w punktach M i N , a drugi w punktach M' i N' (gdzie M i M' leżą na jednym ramieniu). Wykaż, że $|AM|+|AN| = |AN'|+|AM'|$.

Zad. 11. W trójkącie ABC kąt C ma 60° . Na boku AB obrano punkt D tak, że $|AC|=|DB|$ oraz $|\sphericalangle DBC| = 2 \cdot |\sphericalangle BCD|$. Oblicz miarę kąta BCD .

Zad. 12. W trapez równoramienny $ABCD$ o podstawie AB wpisano okrąg styczny do boków AB , CD i AD w punktach odpowiednio M , K i L . Odcinki AK i ML przecinają się w punkcie P . Wiedząc, że $|MP|=8$ i $|PL|=2$, oblicz pole trójkąta AMP .