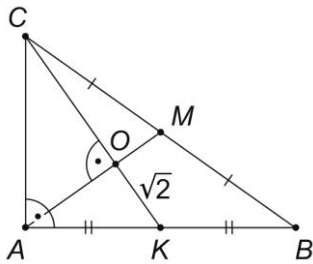
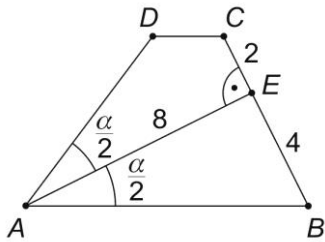
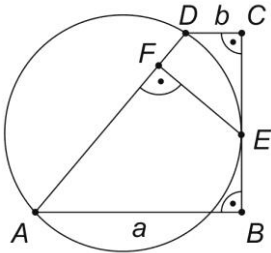
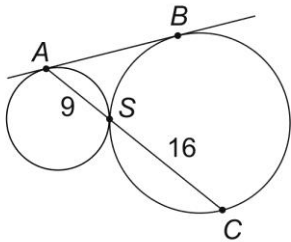
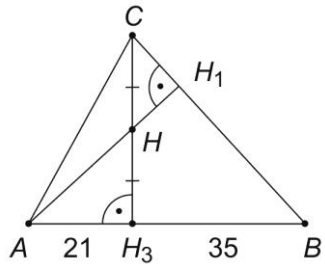
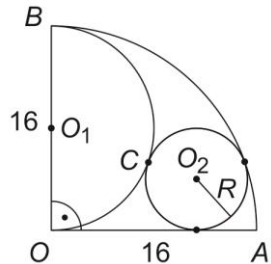
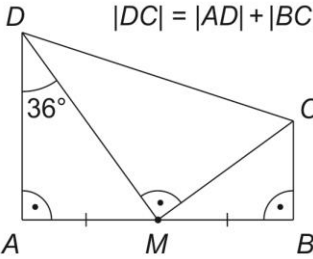
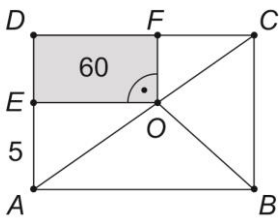
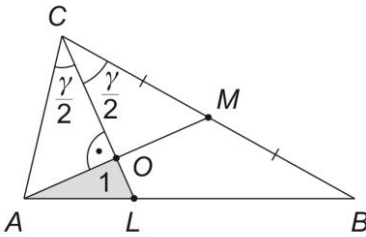
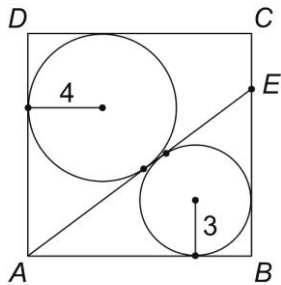
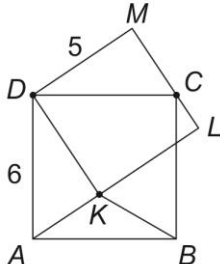
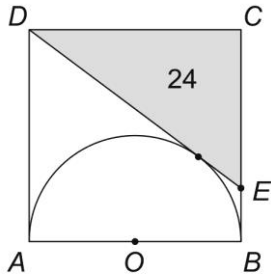


II MISTRZOSTWA POLSKI JUNIORÓW W GEOMETRII ELEMENTARNEJ

WROCŁAW 8 VI 2024

Na rozwiązanie zadań (niekoniecznie wszystkich) masz 3 godziny zegarowe. Rozwiązanie każdego zadania zapisz na osobnej kartce opatrzonej imieniem i nazwiskiem, numerem zadania i symbolem kategorii. Zakończenie rozwiązywania każdego z zadań zgłoś dyżurnemu jurorowi przez podniesienie ręki.

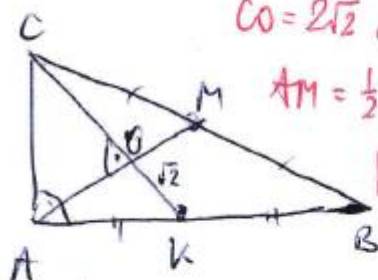
POWODZENIA!

Zad. 1  Oblicz długość odcinka BC.	Zad. 2  Oblicz pole trapezu $ABCD$.	Zad. 3  Oblicz długość odcinka EF.
Zad. 4  Oblicz długość odcinka AB.	Zad. 5  Oblicz wysokość CH_3.	Zad. 6  Oblicz długość R.
Zad. 7  Oblicz miarę kąta DCM.	Zad. 8 $ABCD$ prostokąt  Oblicz długość odcinka OB.	Zad. 9  Oblicz pole trójkąta ABC.
Zad. 10  Oblicz pole kwadratu $ABCD$.	Zad. 11 $ABCD, KLMD$ kwadraty  Oblicz pole trójkąta ABK.	Zad. 12  Oblicz pole kwadratu $ABCD$.

Zed 1 Omodele agzatosi $\triangle ABC \Rightarrow$

$CO = 2\sqrt{2}$, nach $BC = x$ verwandelt

$AM = \frac{1}{2}BC = \frac{x}{2}$ jako środek wycięcia prostokątnej.

$$OM = \frac{4}{3} AM = \frac{x}{6} \cdot 2 \text{ du}$$


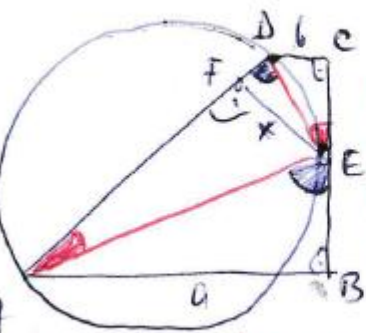
Part 6 & COM may $x=6$

Zad 2 Przekładowo rozumie do
prezencja się w public $\odot$ zamykamy.

ze $\triangle ABO$ jest równoramienny
 a AE jest symetralną. Mały
 zatem $OC = 2$. Trójkąt
 ABO i DCO są podobne
 u skali $k = \frac{OC}{OB} = \frac{1}{4}$.

$$\text{shd } S_{\text{DOC}} = \frac{1}{16} S_{\text{ABO}} = \frac{1}{16} \cdot 32 = 2.$$

Ex. $S_{ABCO} = S_{ABO} - S_{BCO} = 30$.


$$\Delta DEC \sim \Delta FAE (\forall L)$$

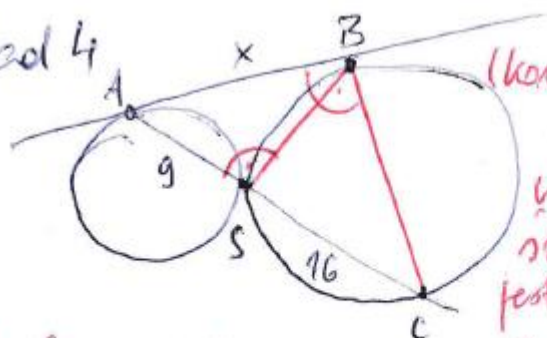
Many states $\frac{\partial}{\partial E} = \frac{x}{AE} \Rightarrow \frac{x'}{b} = \frac{AE}{\partial E}$

Analogie $\Delta F_{ED} \sim \Delta \sigma_{BE}$

shed $\frac{x}{a} = \frac{DE}{AE}$. μ_{wood}

showen/stricken $\frac{x^2}{ab} = \frac{AE}{DE} \cdot \frac{DE}{AE} \Rightarrow x = \sqrt{ab}$

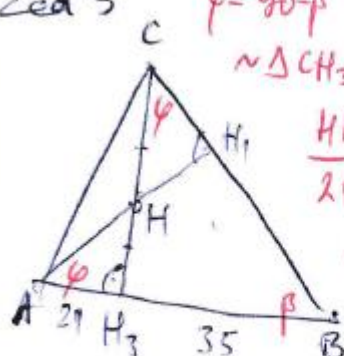
Zad 4



łatwo uzyskać
(konieczne) że
 $\angle ASB = 90^\circ$ stąd
wynika że CB jest
średnicą i $\angle ABC$
jest prosty.

Z własności trojch. prost. $AB^2 = AS \cdot AC$ stąd
 $x = 15$

Zad 5



$\varphi = 90^\circ - \beta$ $\triangle AH_3H \sim \triangle CHH_1$
 $\sim \triangle CH_3B$ stąd

$$\frac{HH_3}{21} = \frac{35}{CH_3} \Leftrightarrow$$

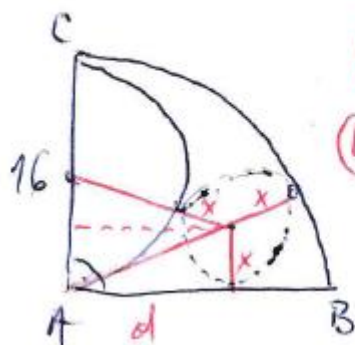
$$CH_3 \cdot HH_3 = 35 \cdot 21$$

$$\frac{CH_3^2}{2} = 35 \cdot 21$$

ost. $CH_3 = 7\sqrt{30}$

Zad 6

z tw Pitagorasa



$$(8+x)^2 = (8-x)^2 + d^2 \quad / -$$

$$(16-x)^2 = x^2 + d^2 \quad / -$$

$$x = 4$$

Zad 7

Przedłużamy DA do punktu E
tak żeby $AE = BC$. Z. ze $\triangle AEM =$

$\triangle MBC$ (bkb) skąd $\angle AEM = \angle CMB$

co oznacza że punkty E, M i C

są współliniowe i

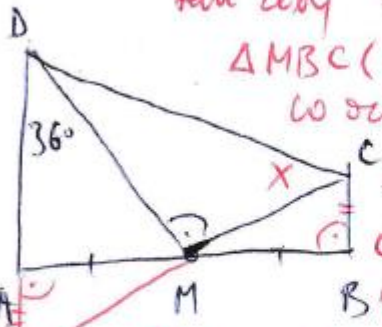
otrzymujemy trójkąt równo-

boczny ECB i

którego BM jest środkową, symetralną

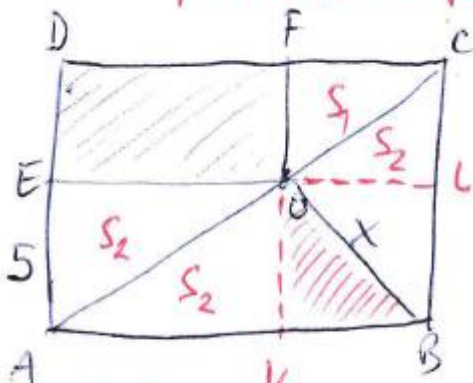
i dwusieczną $\angle EDC$. Zatem $\angle MDC = 36^\circ$

i ost. $\angle MCB = 54^\circ$



Zad 8

Wzajemnie dwóch pole
prostokąta na pstr.

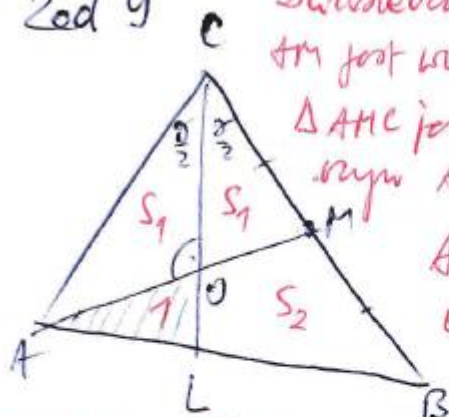


Stąd $S_{KBLO} = S_{EOFD} = 60$

Zatem $KB = 12$ i z tw. Pit

$x = 13$

Zad 9



Środek ciężkości C jest prostokątny do AM jest więc symetralną AM i

$\triangle AHC$ jest równoramienne przy
ramię $AC = CM = \frac{1}{2} CB$.

AM dzieląc $\triangle ABC$ na dwie
o równych polach:

$$2 \cdot S_1 = 1 + S_2 \quad (*)$$

z drugiej strony CL jest dwusieczną

$$\text{mamy } \frac{AL}{LB} = \frac{AC}{CB} = \frac{1}{2} \quad \text{stad } (**) 2(S_1 + 1) = S_1 + S_2$$

z (*) i (**) mamy $S_1 = 3$ i ostatecznie

$$S_{ABC} = 12$$

Zad 10

Niech $AB = x$ wówczas $AF = AM = x - 3$,

$$AE = AN = x - 4 \Rightarrow EF = AF - AE = 1$$

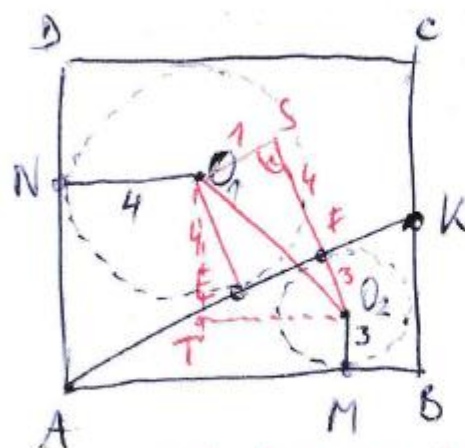
$$O_1 O_2 = 5\sqrt{2} \text{ z tw. Pit. w } \triangle O_1 O_2 S$$

$$(0, S=1, SO_2 = 4+3=7)$$

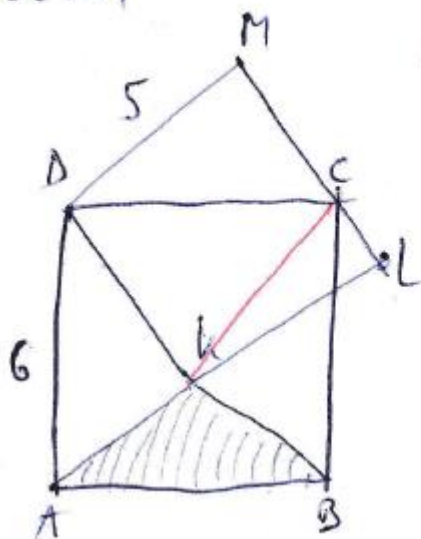
2 koła w $\triangle O_1 T O_2$ mamy

$$O_1 T = x - 7 \text{ oraz } T O_2 = x - 7$$

co oznacza że $\triangle O_1 T O_2$ jest równoramienne, $(x-7)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
skąd ost. $x = 12$



Zad 11

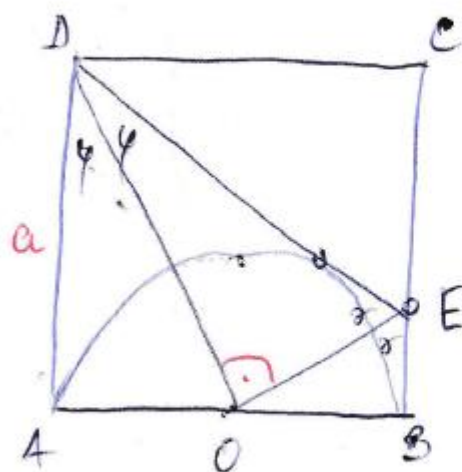


Przewodźmy odcinek KC:
Z. że $S_{DCK} = \frac{1}{2} S_{KLMC} = \frac{25}{2}$

2 kółci $S_{AKB} + S_{DKC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$

stąd $S_{ABK} = \frac{11}{2}$

Zad 12



Z. że $2\varphi + 2\gamma = 180^\circ \Rightarrow$

$\varphi + \gamma = 90^\circ$ stąd $\angle DOE = 90^\circ$

oraz $\angle AOD = \gamma$ i $\angle BOE = \varphi$.

$\triangle AOD \sim \triangle OBE$ w skali $k=2$.

Oznacmy $AD=a$ wówczas

$EB = \frac{a}{4}$ stąd $EC = \frac{3}{4}a$.

$S_{ECD} = \frac{1}{2} EC \cdot DC = \frac{1}{2} a \cdot \frac{3}{4} a = 24$

stąd ost. $S_{ABCD} = a^2 = 64$