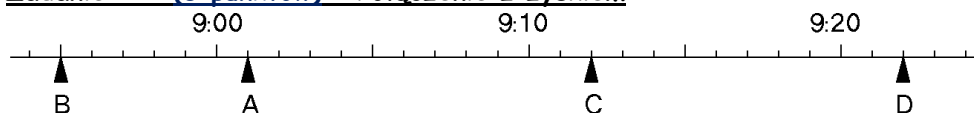


Zadanie 1 - (7 punktów) - Latające kartki

Ponieważ są 64 liczby od 27 do 90 włącznie, mamy 64 strony, czyli 16 kartek ($16 = 64 : 4$). Pod stroną 26. znajdują się strony 24., 22., ..., 4. i 2. wraz z ich nieparzystymi odpowiednikami na odwrocie, czyli 24 strony. Są więc również 24 strony po stronie 92. Czasopismo ma razem 116 stron.

Mathématiques
SANS
Frontières

Zadanie 2 - (5 punktów) - Połączenie z zyskiem

Ponieważ odstęp między Benem i Denisem wynosi 27 minut oraz ze względu na wszystkie inne podane w zadaniu odstępy między połączeniami, Éloi nie mógł zadzwonić ani przed Benem, ani po Denisie. Ten odstęp odpowiada różnicom 7. i 20 minutowej. Zatem Éloi mógł zadzwonić o 9.02 lub o 9.15.

Nikt nie zadzwonił w odstępie trzech minut od 9.02, więc Éloi dodzwonił się o 9.15, 20 minut po Benie, 14 po Ahmedzie, 3 po Charlotte i 7 przed Denisem.

Zadanie 3 - (7 punktów) - Iloczyn składników

Jeśli zapis liczby 22 w postaci sumy zawiera składnik 1, lepiej pogrupować go z innym składnikiem n , gdyż w każdym przypadku $1 \times n < n + 1$.

Jeżeli zapis liczby 22 w postaci sumy zawiera trzy składniki 2, lepiej zapisać je $2 + 2 + 2 = 3 + 3$, gdyż $2 \times 2 \times 2 < 3 \times 3$.

Jeżeli zapis liczby 22 w postaci sumy zawiera składnik 4, lepiej zapisać go $2 + 2$, ponieważ mimo że $2 \times 2 = 4$, lepiej będzie wstawić składniki 2, aby je ewentualnie pogrupować z innymi składnikami 2 i zastąpić całość przez $3 + 3$ (patrz poprzednia uwaga), a nie $4 = 3 + 1$, gdyż $3 \times 1 < 2 \times 2$.

- Jeśli zapis liczby 22 w postaci sumy zawiera składnik większy niż 4, lepiej zastąpić go przez $3 + (n - 3)$, ponieważ $3(n - 3) > n$ jeśli tylko $n > 4,5$.

Z powyższego wywodu wynika, iż najlepiej przedstawić liczbę 22 w następujący sposób:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 = 22$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 = 2916$$

Zadanie 4 - (5 punktów) - Przewracane naleśniki

Nadajemy naleśnikom numer 1 2 3 4 5 6, od największego do najmniejszego.

Oto ciąg czynności, jakie należy wykonać, aby dotrzeć do założonego celu.

Gruba kreska wskazuje miejsce, w które należy włożyć łąpatkę.

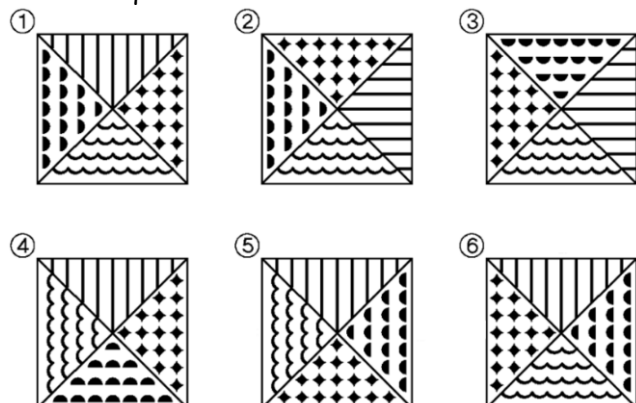
Najmniejsza liczba „przewróceń” to 4.

Start	1-sze	2-gie	3-cie	4-te
4	1	2	4	6
1	4	3	5	5
5	5	6	6	4
6	6	5	3	3
3	3	4	2	2
2	2	1	1	1



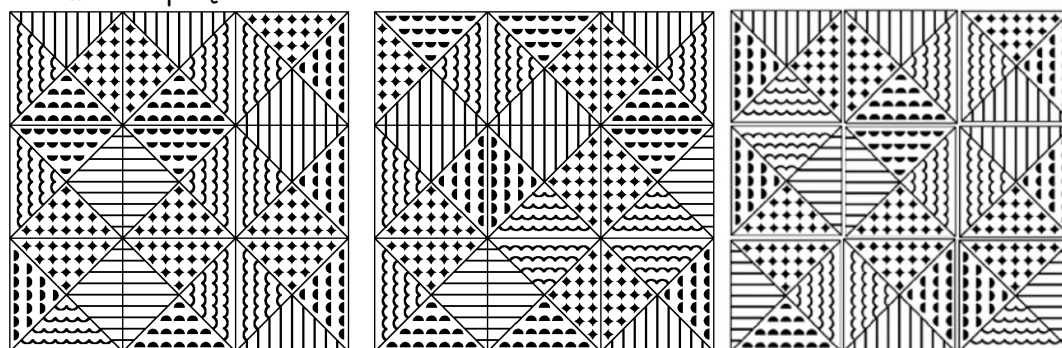
Zadanie 5 - (7 punktów) - Łóżko w kwadraty

Przedstawione kwadraty z numerami 1, 2 i 3 zostały wykonane przez Claude'a, a 4, 5 i 6 - przez Dominique.



Mathématiques
SANS
Frontières

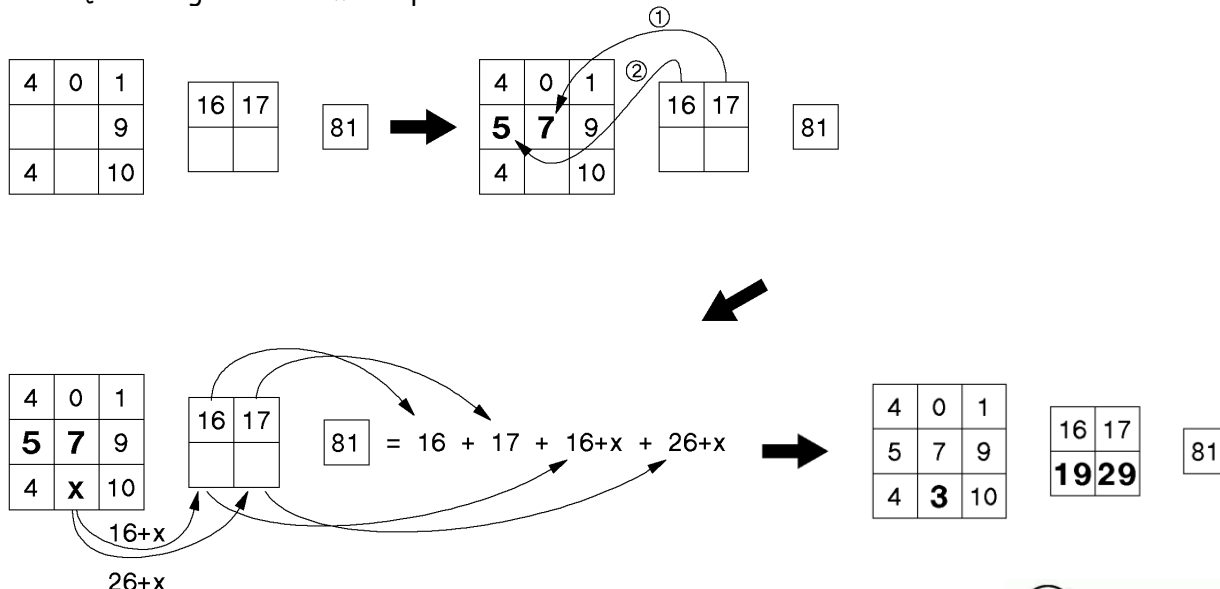
Oto możliwe połączenia:



Istnieją inne możliwe przedstawienia połączeń, z użyciem kolorów lub liter.

Zadanie 6 - (5 punktów) - Piramida

Rozwiązanie tego zadania można przedstawić w kilku szkicach:



ptm
rok zał. 1919

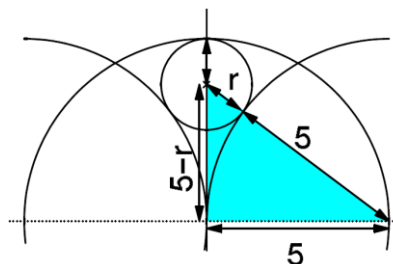
2016 matematyka
BEZ GRANIC
TOWARZYSTWO MATEMATYCZNE
MATHEMATIQUES SANS FRONTIÈRES

Zadanie 7 - (7 punktów) - Okręgi w okręgach

Gdy okręgi są styczne, czy to wewnętrznie, czy zewnętrznie, punkt styczności leży na prostej przechodzącej przez ich środki. W niebieskim trójkącie z twierdzenia Pitagorasa wynika, że:

$$(5+r)^2 = 25 + (5-r)^2, \text{ stąd } r = 1,25.$$

Środek małego okręgu znajduje się na prostej prostopadłej do osi dekoracyjnego paska, 3,75 cm od środka dużego okręgu.



Mathématiques
SANS
Frontières

Zadanie 8 - (5 punktów) - Na tacy

Oto możliwe rozmieszczenie szklanek.

	Pełne	W połowie pełne	Puste
1. taca	0	8	0
2. taca	4	0	4
3. taca	4	0	4

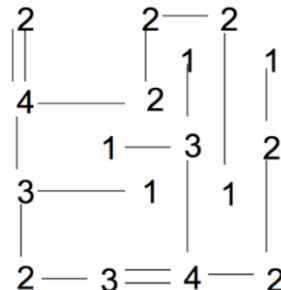
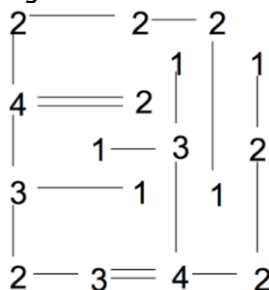
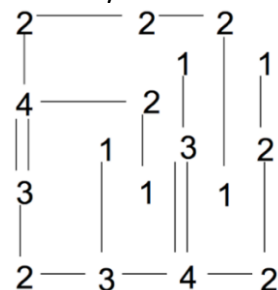
	Pełne	W połowie pełne	Puste
1. taca	1	6	1
2. taca	3	2	3
3. taca	4	0	4

	Pełne	W połowie pełne	Puste
1. taca	2	4	2
2. taca	2	4	2
3. taca	4	0	4

	Pełne	W połowie pełne	Puste
1. taca	2	4	2
2. taca	3	2	3
3. taca	3	2	3

Zadanie 9 - (7 punktów) - Hashiwokakero

Oto trzy możliwe rozwiązania tego zadania:



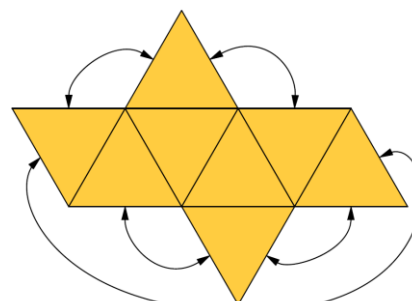
Zadanie 10 - (10 punktów) - Bryła niespodzianka

Oto siatka antygraniastosłupa o podstawie trójkąta, o którym mowa w zadaniu. Składając go, otrzymujemy ośmiościan foremny, którego kwadrat wewnętrzny o boku 4 cm ma pole powierzchni równe $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$.

Wysokość całkowita ośmiościanu jest przekątną kwadratu

wewnętrznego i jest równa $4\sqrt{2} \text{ cm}$.

Jego objętość wynosi zatem $\frac{64\sqrt{2}}{3} \approx 30,17 \text{ cm}^3$.



Zadanie specjalne dla 1. klas szkół ogólnokształcących i technikum**Zadanie 11 - (5 punktów) - Radykalne obliczenia pierwiastkowe**

$$\sqrt{1\ 111 - 22} = 33 \quad \text{ i } \quad \sqrt{111\ 111 - 222} = 333$$

Przypuszczamy, że $\sqrt{111\ 111\ 111\ 111\ 111\ 111\ 111\ 111 - 222\ 222\ 222\ 222} = 333\ 333\ 333\ 333$.

Można udowodnić wynik poprzez rozkład na czynniki lub po prostu sprawdzić, że $333\ 333\ 333\ 333^2$ wynosi $111\ 111\ 111\ 111\ 111\ 111\ 111\ 111 - 222\ 222\ 222\ 222$.

Mathématiques
SANS
Frontières

Zadanie 12 - (7 punktów) - Zniknęła z oczu

Odległość, po pokonaniu której wierzchołek wieży przestanie

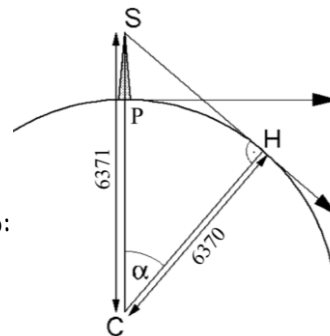
być widoczny, jest długością łuku okręgu $\overset{a}{PH}$.

Długość tego łuku jest proporcjonalna do kąta α zdefiniowanego, jako:

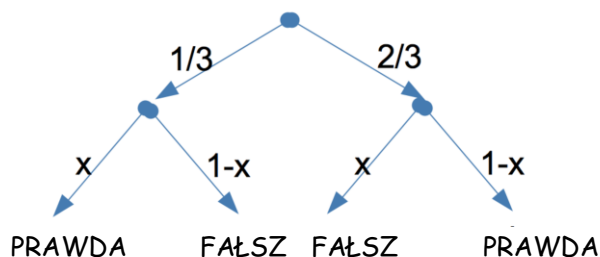
$$\cos \alpha = \frac{CH}{CS} \quad ; \quad \alpha = \arccos \left(\frac{6370}{6371} \right), \text{ czyli w przybliżeniu } 1^\circ.$$

$$\overset{a}{PH} = \frac{\arccos(6370/6371)}{360} \times 2 \times \pi \times 6370 \approx 112,86 \text{ km}.$$

Dla $\alpha \approx 1^\circ$, wyniesie około 111,18 km.

**Zadanie 13 - (10 punktów) - Szczęrzy złodzieje**

Z drzewka prawdopodobieństwa wynika, co następuje:



60% ankietowanych udzieliło odpowiedzi „PRAWDA”, stąd równanie $\frac{x}{3} + \frac{2}{3}(1-x) = 0,6$,

czyli $x = 0,2$. Wśród osób ankietowanych jest 20% złodziei.

Zadanie 13 - (10 punktów) - Mejoza (dla pierwszych klas szkół zawodowych)

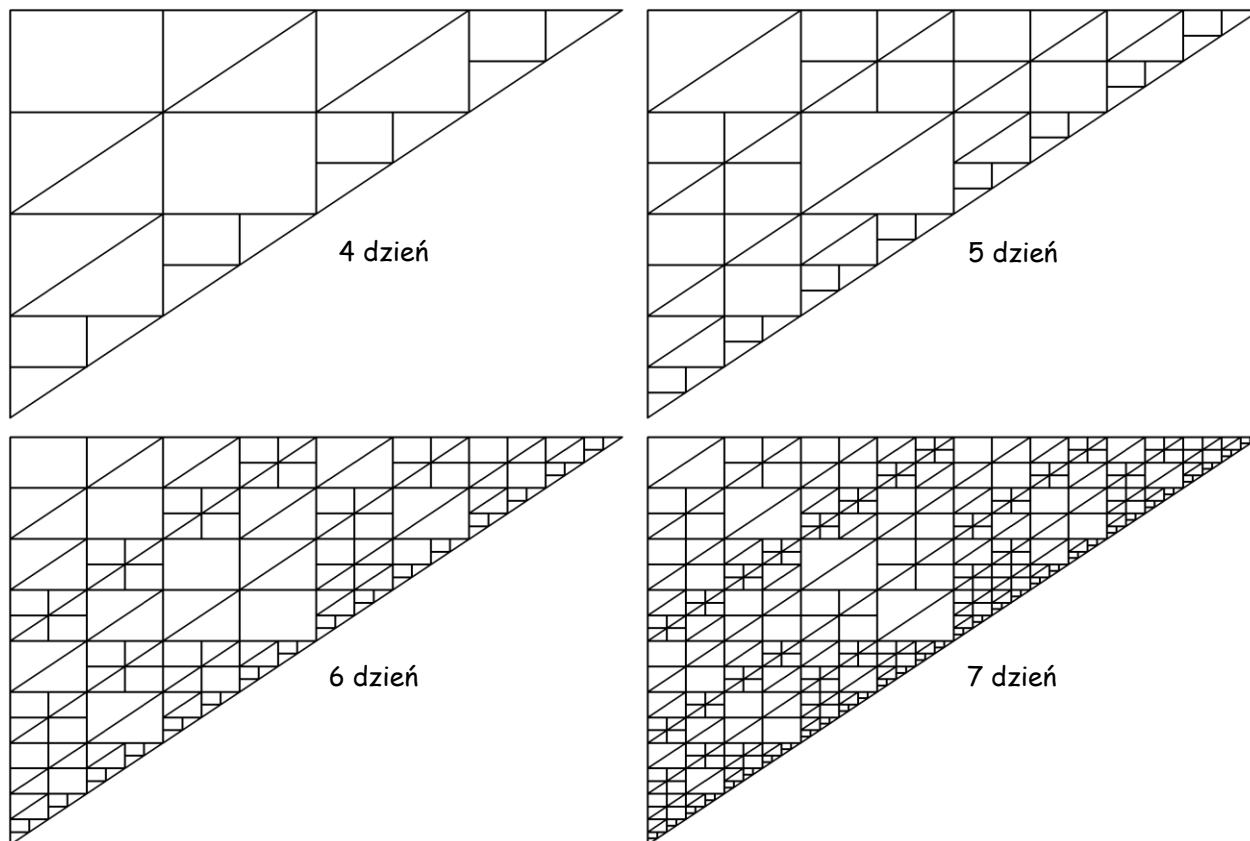
Stosujemy regułę i notujemy (liczba trójkątów; liczba prostokątów).

Otrzymujemy (1 ; 0) ; (2 ; 1) ; (6 ; 2) ; (16 ; 6) ; (44 ; 16) ; (120 ; 44) ; (328 ; 120).

Czwartego dnia: 16 trójkątów i 6 prostokątów. Siódmego dnia: 328 trójkątów i 120 prostokątów.

dzień	trójkąty	prostokąty
1	1	0
2	2	1
3	6	2
4	16	6
5	44	16
6	120	44
7	328	120





Zadanie wyłącznie dla 1. klasy szkoły zawodowej

Mathématiques
SANS
Frontières

Zadanie 13 (10 punktów) – Manon u źródła

Parcela Manon to $\frac{1}{6}$ całej powierzchni. To daje nam sześcioro rodzeństwa.

Manon ma zatem pięciu braci.

Przykładowe podziały terenu przedstawione są na rysunkach.

